2007-2013
Unione Europea
P.O.N. - "Competenze per lo Sviluppo" (FSE)
D.G. Occupazione, Affari Sociali e pari Opportunità
Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
D.G. per gli Affari Internazionali - Ufficio IV
Programmazione e gestione dei fondi strutturali europei e nazionali per lo sviluppo e la coesione sociale
AS agenziascuola

Tangram e Tassellazioni

di R. L. Ancona, M. Dalè, P. Nardini, R. Ruganti, L. Tomasi

Introduzione 2
Descrizione dell'attività 2
I fase 2
II fase 3
IV fase 8
Indicazioni metodologiche 9
Eventuali difficoltà e suggerimenti 10
Spunti per un approfondimento disciplinare 12
Elementi per prove di verifica 14
Bibliografia e sitografia 15
Proposta di attività per il corsista 16

Introduzione

L'attività ricorre al tangram e alle tassellazioni ponendoli in un contesto di gioco per affrontare questioni inerenti a:

- equiestensione ed equivalenza di figure piane che si ottengono giustapponendo più moduli diversi che possono variare per forma e dimensione;
- questioni riguardanti equiestensione e isoperimetria di varie figure geometriche;
- costruzione e lettura di semplici formule letterali per esprimere le misure dell'area e del perimetro di figure geometriche composte, in relazione alla lunghezza di alcuni loro elementi lineari;
- proprietà delle similitudini come "teoremi in atto" per risolvere le situazioni problematiche proposte;
- applicazioni del teorema di Pitagora per ricavare relazioni tra lati di triangoli al fine di risolvere i problemi di cui ai punti precedenti.

Descrizione dell'attività

I fase

Si propone un'attività iniziale di semplice familiarizzazione con il tangram. Essa può essere realizzata in più modi alternativi tra loro (1_A, 1_B).

1) **1_A**

L'insegnante prepara e fornisce a ciascun alunno un "kit ad hoc", che può realizzare in base alle istruzioni seguenti.

Si ritagliano, in modo diverso, quadrati uguali di 8 cm di lato, di cartoncino di diverso colore: il primo quadrato, rosso, lasciato intero; il secondo, celeste, tagliato lungo una diagonale; il terzo, giallo, tagliato lungo le due diagonali in modo da ottenere triangoli sottomultipli del quadrato. (In un secondo momento si può aggiungere anche un rettangolo verde, con il lato più corto congruente al lato del quadrato, tagliato lungo le diagonali in modo da avere triangoli diversi da quelli gialli, anche se sempre isosceli.)

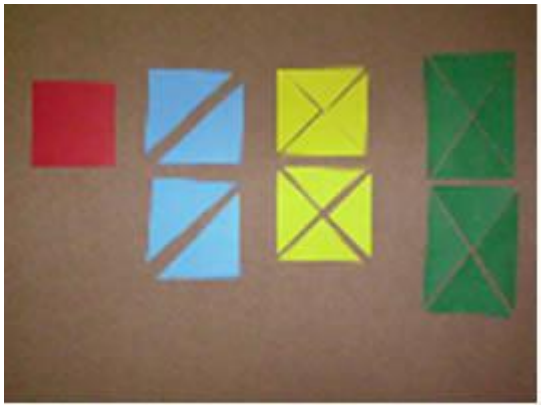


Figura 1- proposta di kit

2) **1_B**

Si lavora in laboratorio di informatica accedendo ad uno tra i tanti siti che permettono di giocare con il tangram (https://www.math.it/giochi/tangram/tangram.htm). Entrambe le opzioni permettono semplici esplorazioni e ben presto, con l'uso delle dita o del mouse, si iniziano a esplorare le figure più strane. La discussione collettiva guidata deve stimolare il confronto dei singoli lavori cercando di cogliere analogie e differenze tra le varie figure ottenute in termini di congruenza, equiestensione, equiscomponibilità e isoperimetria. Rispetto all'equiestensione ed equiscomponibilità si possono riscontrare difficoltà per lo più inerenti l'uso del linguaggio; invece, per indagare sulla congruenza e l'isoperimetria, serviranno alcune domande stimolo per guidare la discussione su strade probabilmente non facili da intraprendere spontaneamente. Ad esempio l'insegnante può proporre le seguenti domande: "le figure che avete costruito hanno lo stesso perimetro?", "le figure che avete costruito sono uguali?".
Sarà cura dell'insegnante chiarire il linguaggio ed evidenziare maggiormente la terminologia e la graduale precisione nell'uso del linguaggio specifico.

II fase

La seconda fase del lavoro consiste nella "dettatura" di figure composte: dalle parole alle immagini! Sottoforma di gioco, preferibilmente in coppia, un componente deve descrivere al compagno con un linguaggio geometrico una figura composta (detta figura "bersaglio"), scelta tra quelle precedentemente costruite dalla classe, e il compagno la deve ricostruire correttamente usando il kit.

Come conclusione di questa fase si può proporre, per chi non ha ancora introdotto il tangram nella sua versione classica, il seguente problema:

"Dall'antica Cina provengono queste sette pietre della saggezza.

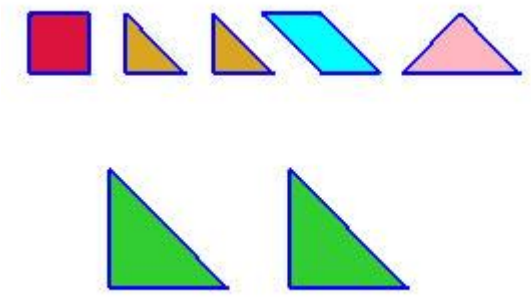


Figura 2- I *tan* del tangram classico

Se astuzia hai, con esse un quadrato formerai".

Evidentemente sarà cura del docente distribuire alla classe un nuovo kit personale contenente i *tan* classici riportati in figura.

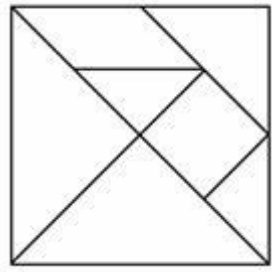


Figura 3 - Il tangram classico

III fase

L'introduzione del gioco classico del tangram consente di affrontare due ulteriori aspetti.
Prendendo spunto dalle classiche figure di tangram note (facilmente reperibili in rete), si possono presentare alla classe copie ingrandite di tali figure chiedendo agli allievi di ricostruirle con il loro nuovo kit. Gli allievi osservando le figure ingrandite e il loro kit coglieranno alcuni elementi che si conservano; nella scuola media gli studenti hanno già incontrato la similitudine e probabilmente la riconosceranno. Il docente può decidere se avviare una discussione sull'argomento e riprendere i contenuti fondamentali o limitarsi a semplici osservazioni.

Un valido supporto per queste attività è rappresentato dalle L.I.M. (Lavagna Interattiva Multimediale), anche perché fornisce la possibilità di muovere con facilità le figure, di sovrapporle e modificarle, aiutando gli studenti a cogliere con maggiore facilità le proprietà.

Figura 4 - esempi di immagini classiche ottenute con il tangram

La presentazione delle classiche figure tangram permette anche di porre le seguenti domande:

- "Come sono queste figure dal punto di vista dell'area?"
- "Sono equivalenti"? "Equicomposte?"
- "Isoperimetriche?"

Per rispondere a quest'ultima domanda è bene ricorrere a un'attività laboratoriale: gli studenti, manipolando i vari pezzi del tangram classico, dovranno individuare i due elementi base con cui poter confrontare le lunghezze di tutti i pezzi del tangram.

Figura 5

Gli allievi trovano che questi due elementi appartengono al triangolo "piccolo" del kit. L'insegnante chiede agli studenti di chiarire la natura del triangolo rispetto ai dati emersi.

Dopo una discussione vengono evidenziati il cateto e l'ipotenusa del triangolo rettangolo "piccolo" del kit.

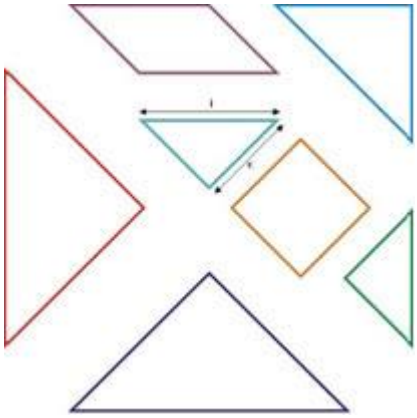
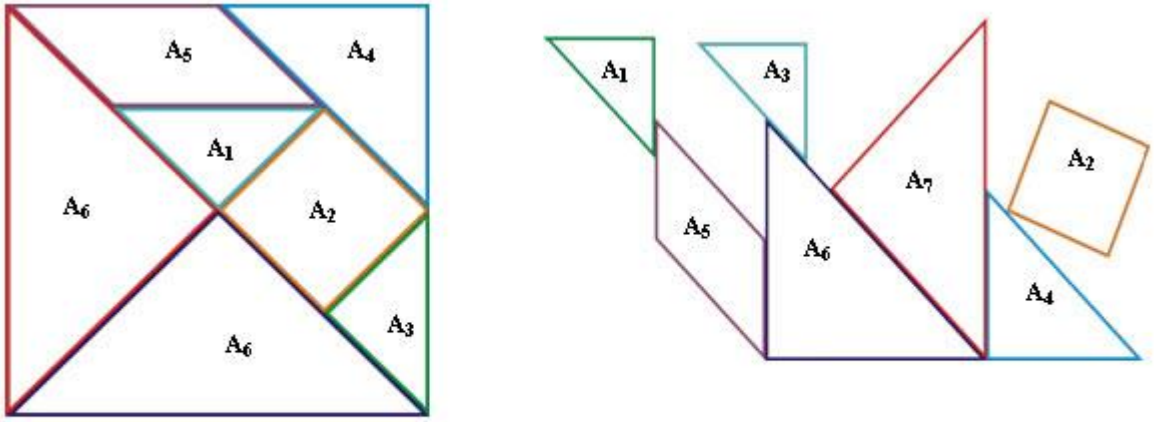


Figura 6

Successivamente indicando con le lettere **c** e **i** rispettivamente la lunghezza del cateto e la lunghezza dell'ipotenusa di tale triangolo, si può chiedere agli studenti di esprimere il perimetro delle figure con l'ausilio delle lettere. La comprensione di questo passaggio alla scrittura simbolica può essere verificato e rafforzato con l'assegnazione di una relazione contenente **c** e **i** e la consegna di costruire figure (o ritrovare una figura tra quelle già costruite) il cui perimetro sia espresso da tale relazione. Infine, problemi analoghi (diretti e inversi) possono essere proposti relativamente all'area delle figure composte. Sarà utile in particolare esprimere in funzione di **c** e **i** l'area del quadrato (o di qualsiasi figura, ad esempio l'area dell'omino-felice) costruito con il tangram, facendo esprimere l'area dei singoli pezzi ad alunni diversi.



$$A_{quadrato} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 =$$
$$= \frac{c^2}{2} + c^2 + \frac{c^2}{2} + \frac{i^2}{2} + c^2 + 2c^2 + 2c^2 \quad = A_{omino\text{-}felice}$$

Figura 7

Si possono anche condurre gli studenti a notare che l'area del quadrato può essere espressa come quadrato del doppio di **i**.

Si noti che per tali attività non occorre il Teorema di Pitagora, ma questo è necessario se si vuol mostrare che i risultati ottenuti con i citati procedimenti sono uguali. Oppure si potrebbe far ricavare la relazione $\mathbf{2\ c^2 = i^2}$ ovvero $\mathbf{c^2 + c^2 = i^2}$ (teorema di Pitagora) uguagliando l'area del quadrato, espressa come quadrato del lato, **4 i2** , alla stessa area calcolata come somma delle aree dei singoli *tan*. È altrettanto indispensabile far ricorso a tale Teorema se si vuole esprimere sia il perimetro sia l'area del quadrato in funzione di una sola delle due lettere, per esempio della sola lettera **c**, ovvero per ricavare la relazione $\mathbf{i} = \sqrt{2}\ \mathbf{c}$; a questo punto tutte le formule precedenti (contenenti sia **c** sia **i**) possono essere trasformate in formule equivalenti nella sola variabile **c**.

È altrettanto indispensabile far ricorso a tale Teorema se si vuole esprimere sia il perimetro sia l'area del quadrato in funzione della sola lettera **c**, ovvero per ricavare la relazione $\mathbf{i} = \sqrt{2}\ \mathbf{c}$; a questo punto tutte le formule precedenti (contenenti sia **c** che **i**) possono essere trasformate in formule equivalenti nella sola variabile **c**. È evidente che l'introduzione dei numeri irrazionali è un prerequisito indispensabile a uno sviluppo dell'attività in questa direzione, visto che il cambio di variabile comporterà inevitabilmente la costruzione di espressioni a coefficienti irrazionali in un contesto globalmente motivante.

Come attività ludica complementare, si può proporre il seguente gioco. Una squadra di allievi costruisce figure composte utilizzando eventualmente più copie dello stesso pezzo del tangram e ne presenta il contorno ingrandito alla lavagna; in questo caso l'utilizzo della L.I.M. (lavagna interattiva multimediale) agevola sicuramente la proposta.

Le squadre avversarie dovranno ricostruire la figura data usando i pezzi del tangram che riterranno più opportuni. Vince chi usa il minor numero possibile di pezzi.

Lo scopo del gioco *è quello di arrivare, nel tempo stabilito di 10 minuti, il più vicino possibile alla figura bersaglio con le figure più opportune, anche ripetute. Allo scadere del tempo un alunno di ogni gruppo mostra la costruzione della figura che il gruppo ha realizzato.*

Si può proporre alla classe di vivere come una vera e propria gara questa attività, assegnando dei punteggi. Una proposta di punteggio può essere la seguente.

1. *A chi centra il bersaglio vengono assegnati 5 punti.*
2. *Viene assegnato un bonus di 3 punti a chi usa il minor numero di pezzi.*
3. *Viene assegnato un bonus di 2 punti a chi individua la strada più breve*

Naturalmente il gioco può essere eventualmente proposto con diverse modalità, concordando le modifiche con la classe. Didatticamente le varie regole concordate servono a stimolare i vari gruppi a cercare la tassellazione (non unica) più opportuna.

IV fase

Si può avviare l'analisi delle tassellazioni di un piano mediante copie identiche di un certo poligono regolare analizzando esempi tratti dal mondo reale come, ad esempio, i favi delle api o i pavimenti delle case. Le osservazioni più immediate devono riguardare la precisa aderenza di ciascun elemento a quello adiacente, senza alcuna sovrapposizione, neanche parziale, tra gli elementi.

Si può proporre un'attività manipolativa di costruzione di piastrelle in grado ricoprire un pavimento. Questo può contribuire a consolidare le precedenti osservazioni e consente al docente di far emergere il ruolo fondamentale delle isometrie. L'insegnante procederà successivamente al ripasso o all'introduzione delle principali isometrie, sulla base di quanto emergerà dal lavoro degli allievi.

La creatività degli studenti consentirà senza dubbio di ricavare esempi di tassellazioni mediante poligoni regolari o irregolari, oltre a esempi di tassellazioni eseguibili con piastrelle apparentemente irregolari altrettanto "ricche" di proprietà isometriche, ottenute modificando opportunamente piastrelle-base di forma semplice.

Si riportano di seguito alcuni esempi di proposte di alunni emerse durante le attività avviate in classe individualmente e concluse in seguito a casa.

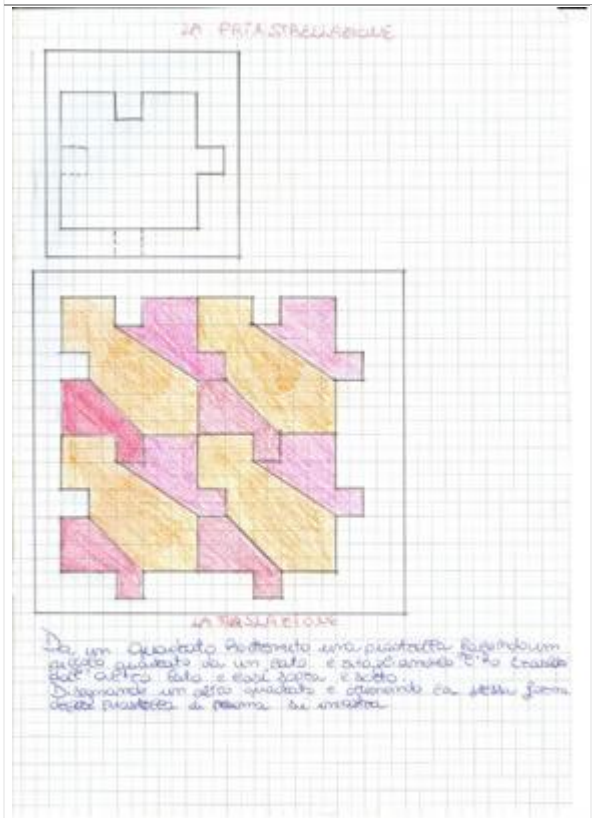


Figura 8

Figura 9

In alternativa si può condurre un'analoga attività in laboratorio con l'uso di un software di geometria. Evidentemente, la rapidità nelle costruzioni, che lo strumento informatico consente, renderà il lavoro accattivante, consentendo anche la familiarizzazione con alcune trasformazioni, quali traslazioni, rotazioni e simmetrie

centrali, mediante l'uso dei rispettivi comandi presenti all'interno del software. In effetti, l'uso inconsapevole degli strumenti traslazione, rotazione e simmetria centrale, presenti nel software, può divenire consapevole grazie alle discussioni in coppia o aperte all'intera classe, rispetto alle scelte delle costruzione attivate, ai singoli tasselli prodotti, alle tassellazioni emerse.

In una fase successiva l'attività laboratoriale in atto può essere ravvivata spostando l'attenzione degli alunni su un ulteriore aspetto: con quali poligoni regolari è possibile ricoprire un piano, utilizzando un solo tipo di poligono per volta? Si scoprirà operativamente che le uniche tassellazioni possibili del tipo richiesto sono quelle realizzate con il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono regolare.

Successivamente si inviteranno gli studenti a ricercare tassellazioni aventi come elementi base triangoli (e questo avvierà già una buona discussione) e quadrilateri. La ricerca delle tassellazioni con queste figure costringerà gli studenti a scelte di figure opportune. A questo punto gli allievi dovranno giustificare e "difendere" le proprie scelte. La "difesa della scelta" sarà un metodo per guidarli verso una buona argomentazione, che consenta di mostrare la correttezza delle costruzioni e di evidenziare i problemi che nascono per ottenere un ricoprimento totale del piano.

Indicazioni metodologiche

È evidente che la prima fase di familiarizzazione esplicita o implicita con il tangram ha lo scopo di richiamare e puntualizzare la classificazione basilare delle figure piane già introdotta nel percorso scolastico precedente. La discussione in classe deve, quindi, puntare a una "riorganizzazione" di conoscenze pregresse di geometria euclidea, condividendo definizioni e terminologia specifica, oltre a focalizzare l'attenzione sul cosa significhi dal punto di vista matematico "classificare rispetto a date proprietà".

La possibilità di comporre vari poligoni può essere utilizzata per verificare formule per il calcolo delle aree, per studiare e sperimentare i concetti di congruenza, equiestensione, equiscomposizione e isoperimetria.

In tutto questo il ruolo dell'insegnante è quello di un regista attento a captare le idee interessanti, a dirigere l'attenzione degli studenti, a stimolare percorsi non intrapresi, a condensare gli sforzi di tutti in un "sapere condiviso".

Diventa fondamentale il linguaggio utilizzato: per gli allievi medio-bravi si lavorerà sulla capacità di argomentare in modo sintetico e tecnico (ad es. alcuni termini generici tipo 'di là', 'lato', 'ruota', evolvono in 'a sinistra', 'lato maggiore', 'ruota di 90 gradi in senso orario'); per gli allievi più deboli l'attività servirà a potenziare la capacità di definire gli oggetti in numero o tipo, oltre alla definizione della loro posizione relativa su un piano, del loro orientamento e delle loro caratteristiche geometriche e delle loro componenti.

Eventuali difficoltà e suggerimenti

Prima fase:

Rispetto alla capacità di classificare figure geometriche in base a opportune proprietà, il lavoro con coppie tutor-tutee diventa indispensabile, in modo che i primi possano attivarsi a livello metacognitivo e i secondi possano essere stimolati in situazioni di apprendistato cognitivo.
Si consiglia inoltre all'insegnante di non sottovalutare la parte relativa all'uso del Tangram. Anche se a prima vista può sembrare "troppo banale", tuttavia essa ha un evidente intento motivazionale (può, ad esempio, essere sfruttata nel periodo iniziale dell'anno per svolgere un'attività di accoglienza) e le proposte di uso matematico ne mostrano le potenzialità anche ad eventuali studenti ipercritici.

Seconda fase:

L'attività di "dettatura" e ricostruzione delle figure spesso presenta per i ragazzi non poche difficoltà (per il resoconto commentato di un'attività sperimentata in una scuola secondaria di I grado, si può vedere http://lim.dm.unipi.it/BP/LIM-BP-GeometricalPuzzles-IT.pdf). Occorre che l'insegnante sia consapevole di ciò e organizzi l'attività per farle emergere e sfruttare al meglio i conflitti linguistici che sorgeranno fra chi detta e chi deve realizzare il disegno.

Si consiglia di organizzare le coppie in modo che, a turno, ciascuno dei due detti e di fare in modo che di tale dettatura resti traccia certa. I due componenti saranno invitati a discutere fra loro la genesi degli eventuali errori incontrati nel realizzare il disegno e il modo migliore per riformulare la consegna al fine di evitarli. Si potrebbe ad esempio fornire ad ogni studente una scheda come segue, chiedendo di riportarvi le frasi via via che vengono dettate (o addirittura di scriverle prima di dettarle):

Dettato da ……	A……
Disegno da dettare	Sequenza delle Istruzioni: 1. …… 2. …… 3. …… 4. …… …….

Se gli studenti non sono in grado di scrivere le istruzioni, si possono registrare le frasi pronunciate, ma questa soluzione difficilmente è generalizzabile per motivi tecnici e di tempo.

Terza fase:

I parte

L'insegnante può far lavorare gli allievi a coppie sulla stessa figura, ma è utile che ogni studente abbia l'opportunità di cimentarsi individualmente. Di fronte alla difficoltà dello studente a trovare soluzioni, l'insegnante può scegliere di consegnare la soluzione o (per un intervento didattico indiretto) mostrarla per un tempo limitato, in modo che lo studente possa sfruttarla come suggerimento per procedere ulteriormente.

Può essere utile su questo punto proporre agli allievi una *web-quest* sul Tangram, data l'estrema ricchezza e disponibilità di materiali in rete su questa problematica. Risulta inoltre opportuno che ogni studente realizzi da solo una copia dei "pezzi" per il gioco: si potrà così intervenire sull'uso del righello e sulla costruzione degli angoli. L'attività manuale può essere organizzata a gruppi, ma sempre sotto la direzione dell'insegnante.

II parte

L'ingresso in questa fase del calcolo letterale si presta a diversi tipi di intervento. Rispetto al calcolo letterale è indispensabile che l'insegnante individui il livello di conoscenze più opportuno da cui partire, senza escludere, in un'opportuna attività di gruppo, di esplorare tutte le direzioni possibili.

Un passaggio particolarmente semplice, ma comunque significativo, potrebbe essere il calcolo del perimetro o dell'area di qualche figura, partendo dalla formula letterale calcolata da un altro compagno, sostituendovi le misure delle grandezze coinvolte ottenute con misurazione diretta mediante il tangram a disposizione. Tale operazione, realizzata a partire da Tangram di diverse dimensioni, permetterà di verificare e/o riconfermare la potenza del calcolo letterale, che si adatta a infinite configurazioni reali, simili tra loro.

L'insegnante potrebbe anche intervenire organizzando gruppi di 2 o 3 allievi di livello non omogeneo (formati dall'insegnante: in maniera che uno di essi possa fare da tutor), incaricati di ripercorrere e costruire le varie formule. È però opportuno che ogni alunno, dopo la fase dei lavori di gruppo, possa (da solo o con un altro studente di pari livello) ripercorrere il lavoro fatto, elaborando formule relative a nuove figure.

Si richiama l'attenzione sul fatto che, mentre l'uso di due lettere per la costruzione della formula dei perimetri richiede di lavorare sulle somme di monomi simili, questo aspetto è meno evidente se si vuole ricorrere all'uso di una sola lettera, ricorrendo alla relazione $\mathbf{i} = \sqrt{2}\,\mathbf{c}$. In pratica infatti il simbolo del radicale si comporta in una situazione del genere come un "simbolo" fisso e non come un "numero". Questo può aggiungere una difficoltà ulteriore a cui l'insegnante è invitato a prestare attenzione.

Le proprietà della similitudine che emergono in modo molto naturale in questa attività possono servire all'insegnante a evidenziare alcuni misconcetti piuttosto comuni,

primo fra tutti quello secondo cui la similitudine è data dall'uguaglianza degli angoli corrispondenti (dal che seguirebbe che un quadrato è simile a ogni rettangolo…). Una fase di discussione in classe può essere molto utile per riprendere le proprietà (che dovrebbero essere note dalla scuola secondaria I grado).

Si suggerisce, in caso di difficoltà diffuse, di lavorare (eventualmente con insegnanti di materie tecniche, se previste dall'ordinamento del tipo di scuola) sulla riduzione e l'ingrandimento in scala, utilizzando attività di tipo pratico per rinforzare tali concetti.

III parte

Il ricoprimento di figure date con i "pezzi" del Tangram è indubbiamente l'aspetto più complesso dell'attività; è perciò prevedibile che emergano varie difficoltà.

È opportuno che tale parte di attività sia affrontata dapprima con una discussione collettiva e successivamente in gruppi di lavoro di tipo tutor-tutee, in modo da mostrare agli alunni deboli possibili modalità di soluzione. Solo dopo che il procedimento sarà divenuto chiaro, si potrà presentare la proposta a livello individuale o per coppie di livello omogeneo; l'insegnante dovrà però essere pronto a tornare a una delle modalità precedenti di lavoro qualora si manifestino ancora difficoltà su questo punto.

Analogamente, l'insegnante avrà cura di graduare la difficoltà della proposta, scegliendo dapprima figure agevolmente ricopribili con pezzi assegnati (pezzi scelti opportunamente e non a caso dall'insegnante,) per passare solo successivamente a figure più complesse e all'uso della casualità, da cui può naturalmente derivare una eventuale non ricopribilità. La non ricopribilità può rappresentare un punto di crisi, però estremamente utile per una riflessione generale sulla risolubilità o meno di un problema matematico.

Spunti per un approfondimento disciplinare

- Ad alunni che abbiano ben compreso il meccanismo del ricoprimento, si può proporre una ricerca su problemi di tassellazione (ancora mediante *web-quest*). Si potrebbe avviare un'attività interessante e decisamente variegata basata sulla dimostrazione del teorema seguente: "*Esistono solo tre tassellazioni regolari del piano: quelle con triangoli equilateri, con quadrati, con esagoni regolari*".

- L'argomento si collega a questioni di storia dell'arte (mosaici dell'Alhambra, M.C. Escher) o a questioni di percezione visiva come la realizzazione di Figure Impossibili.

- Si può condurre un'attività di gruppo di analisi della facciata del palazzo della Federation Square di Melbourne, in Australia. La progettazione architettonica ha previsto il ricoprimento esterno mediante la tassellazione del mulino a vento di Charles Radin. Un'iniziale analisi può far emergere come la figura di base con cui si ottiene la tassellazione sia un particolare triangolo rettangolo.

Figura 10

Gradualmente, analizzando l'immagine, si coglie la particolarità della suddivisione del triangolo rettangolo in 5 triangoli rettangoli simili, nota come decomposizione di Conway. Rispetto a tale decomposizione si nota che il triangolo rettangolo deve presentare la seguente caratteristica: avere un cateto doppio dell'altro.

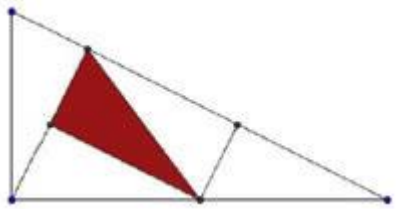


Figura 11

Proponendo un'attività laboratoriale si può, oltre che confermare l'ipotesi, notare un primo esempio di tassellazione che non mantiene la stessa direzione.

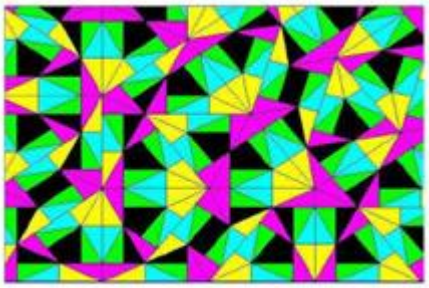


Figura 12

Interessante notare che tale tassellazione consente di accedere gradualmente e in modo costruttivo all'idea di frattale, visto che la decomposizione di Conway può essere iterata per ciascuno dei 5 triangoli rettangoli contenuti in ciascuna piastrella.

Elementi per prove di verifica

1. È dato un kit tangram; la lunghezza del lato del quadrato tangram è 10 cm. Calcolare le lunghezze dei lati dei vari pezzi del kit. Se si modifica il lato del quadrato tangram e diventa di 13 cm: di quanto cambiano le dimensioni dei singoli pezzi?
2. Dato un tangram da 10 pezzi, si assegna la lunghezza del perimetro di una figura costruita con il kit. Si chiede di costruire la figura. Che abbia il perimetro assegnato utilizzando i 10 pezzi del kit
3. Dato un tangram da 10 pezzi, si assegna una figura. Si chiede di calcolarne il perimetro in due casi: considerando prima una figura di cui si considera solo il contorno e in seguito una figura di cui si considerano il contorno della figura stessa e i contorni interni delle parti del tangram.
4. Dati tre kit e tre figure diverse. Si chiede di calcolare l'area e i perimetri delle tre figure con i tre kit.
5. Prova Ocse Pisa 2003 "Carpentiere"

Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.

Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.

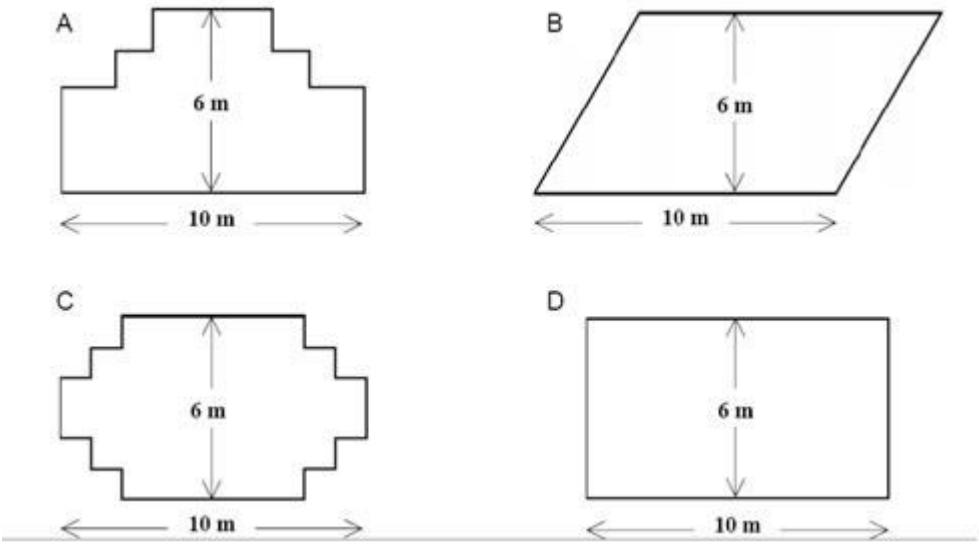


Figura 14

Fai un cerchio intorno a «Sì» o a «No».

Progetto per il recinto	Utilizzando questo progetto, si può realizzare il recinto con 32 metri di tavole?
Progetto A	Sì / No
Progetto B	Sì / No
Progetto C	Sì / No
Progetto D	Sì / No

Progetto per il recinto

Utilizzando questo progetto, si può realizzare il recinto con 32 metri di tavole?

Progetto A Sì / No

Progetto B Sì / No

Progetto C Sì / No

Progetto D Sì / No

Bibliografia e sitografia

- AAVV, *Matematica 2003*. *La Matematica per il cittadino*. *Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di matematica, Ciclo secondario*, Lucca, 2004, pp. 125-129 (Tassellazioni del piano).

- AAVV, *Matematica 2001*. *La Matematica per il cittadino*. *Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di matematica, Scuola Primaria e Scuola secondaria di I grado*, Lucca 2003.

https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/

- AAVV, Matematica 2003. La Matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di matematica, Ciclo secondario, Lucca, 2004. http://umi.dm.unibo.it/old/italiano/Matematica2003/matematica2003.html

- M. Gardner, *La storia fantastica e le possibilità creative del rompicapo Tangram*, in *Le Scienze* (ed. it. *Scientific American*), n. 76, 1974.

- C. Pellegrino, *Aspetti matematici del Tangram*, in *Atti del Convegno "Scienza e Gioco"*, Roma, 1985.

- C. Pellegrino, R. Iaderosa, *Un'esperienza di utilizzo del Tangram in attività di Matematica nella Scuola Media,* in *La Matematica e la sua Didattica*, vol. 4, n. 3, 1990.

- PISA 2003, *Valutazione dei quindicenni a cura dell'OCSE*, Roma, Armando Armando, 2004.

https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/

https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/

https://www.invalsi.it/invalsi/ric.php?page=ocsepisa06

https://www.math.it/giochi/tangram/tangram.htm

https://www.dm.unipi.it/

Proposta di attività per il corsista

(da condividere e discutere in rete)

Leggere l'attività, le indicazioni metodologiche e gli approfondimenti: individuare i principali nodi didattici cui la situazione fa riferimento; esporli sinteticamente per scritto.

Aggiungere qualche problema in altri contesti, relativo alle stesse abilità e conoscenze.

Sperimentare l'unità proposta:

- fare una ricognizione del contesto scolastico specifico in cui si svolgerà l'attività;
- esplicitare gli adattamenti necessari;
- formulare il progetto didattico relativo;
- preparare una prova di verifica adatta a valutare le conoscenze e abilità relative alla situazione didattica posta (anche con riferimento alle prove OCSE-PISA e INVALSI).

Scrivere un diario di bordo (narrazione e documentazione del processo di sperimentazione vissuta in classe: l'insegnante dovrà elaborare un diario con l'esposizione dell'esperimento svolto, di come gli studenti hanno reagito alla proposta didattica, delle difficoltà incontrate in particolare nel processo di costruzione di significato e di procedura di soluzione e di come sono state superate le difficoltà. Esplicitare i compiti dati agli studenti e le modalità con cui gli studenti stessi sono stati responsabilizzati all'apprendimento.