Silvia Pugliese Jona
già docente ITIS "Camillo Olivetti", Ivrea

"Scienze della Terra o Fisica?", ovvero "Discussione sulle maree" [1]

(Pervenuto il 2.9.2010, approvato il 26.11.2010)

ABSTRACT
A "physically consistent" way of explaining tides to secondary school pupils is suggested and described.

1. Presentazione del problema

Negli anni '90, per mia scelta, nel biennio dell'ITI presentavo la meccanica dopo aver affrontato altri argomenti che sapevo per esperienza essere più facili da capire. Oggi, dopo tanti anni, non sono in grado di situare nel tempo l'episodio che diede il via a quanto espongo nel seguito: posso solo dire che poteva essere collocato o alla fine della classe 1ª o all'inizio della classe 2ª.

Stavamo studiando i moti su traiettoria curva. Come d'abitudine ci si poneva in un riferimento inerziale che è l'ambito che consente di descriverne la dinamica ricorrendo ad interazioni ben riconoscibili tra il corpo in moto e l'ambiente. Avevo molto insistito sul fatto, giustificandolo ampiamente, che le cosiddette forze centrifughe sono solo "apparenti", non corrispondono a interazioni riconoscibili, perciò fisicamente *non esistono* e che per capire il fenomeno fisico bisogna porsi in un riferimento inerziale.

Quell'anno accadde che, proprio mentre in Fisica affrontavamo il moto circolare, in Scienze gli studenti studiavano i moti della Terra e degli altri componenti del sistema solare. Il loro libro di Scienze della Terra utilizzava come riferimento, senza esplicitarlo, la Terra stessa e a proposito delle maree citava l'importanza della "forza centrifuga" che io avevo smitizzato con tanta cura. I docenti di Scienze della scuola secondaria superiore – e gli autori dei loro libri di testo – non sono fisici. Mentre potrebbero essere coscienti dell'importanza della scelta del riferimento spaziale nell'ambito quasi banale del moto relativo dei corpi, sicuramente lo sono molto meno per ciò che riguarda la dinamica.

2. Cosa capiscono gli studenti

Non si può pretendere che davanti a una contraddizione gli studenti riescano da soli a ricomporre uno schema coerente e corretto di fenomeni fisici come quello delle maree. Per fortuna i miei alunni erano ragazzi svegli e dopo la spiegazione della collega di Scienze mi dissero: "Professoressa, le cose che lei ci ha detto sono sbagliate! Il libro di Scienze dice che le maree sono una manifestazione dell'equilibrio tra l'attrazione lunare e le forze centrifughe, e lei ci ha detto che le forze centrifughe non esistono!" Ai miei studenti le scienze piacevano: avevano studiato con cura, rispettavano l'autorevolezza del libro e, come spesso succede, erano inclini a pensare che il libro non poteva sbagliare. Volevano assolutamente andare a fondo della questione.

3. Cosa dicono alcuni testi autorevoli?

Purtroppo la spiegazione del meccanismo delle maree è pasticciata non solo nei testi scolastici ma anche in alcune opere prestigiose. Si veda, per esempio, cosa scrive alla voce "Tides" (maree) l'Encyclopedia Britannica [2]:
«… *L'attrazione gravitazionale di due corpi come la Terra e la Luna è proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i loro centri. L'attrazione gravitazionale tende a farli avvicinare, ma a ciò si oppone la forza centrifuga di rotazione intorno al loro comune centro di massa. Se si assume che la*

massa di ciascun corpo sia concentrata nel suo centro geometrico, le due forze si fanno equilibrio. Esiste un'importante differenza tra queste due forze, l'attrazione gravitazionale e la forza centrifuga: la prima dipende dalla distanza perciò è diversa per le diverse particelle della Terra; la seconda ha lo stesso valore in tutti i punti della Terra. Se consideriamo una sola particella d'acqua dell'oceano, troviamo una risultante diversa da zero: l'attrazione gravitazionale della Luna potrebbe avere un valore diverso dal valore della forza centrifuga di rotazione…».

Il fatto che in questo testo si menzioni il "comune centro di gravità" suggerisce che si sottintenda un riferimento inerziale; ma se così è, perché parlare di "forze centrifughe"? E perché poi l'intensità delle forze centrifughe dev'essere la stessa in ogni punto della Terra?

4. Primi passi verso una spiegazione coerente

In ambito scolastico una spiegazione "coerente" delle nuove conoscenze dev'essere correlabile con i concetti appresi in precedenza. Il problema delle maree, se sviluppato nel riferimento inerziale, non è al di là della comprensione di un alunno di media capacità.

La figura 1 mostra il punto di partenza di tale spiegazione. Nel riferimento inerziale la Terra e la Luna compiono moti circolari intorno al punto C che coincide con il centro di massa del sistema: la posizione di C si calcola con lo stesso procedimento che, studiando la statica, trova il centro di massa di un'asta caricata in modo disuniforme.

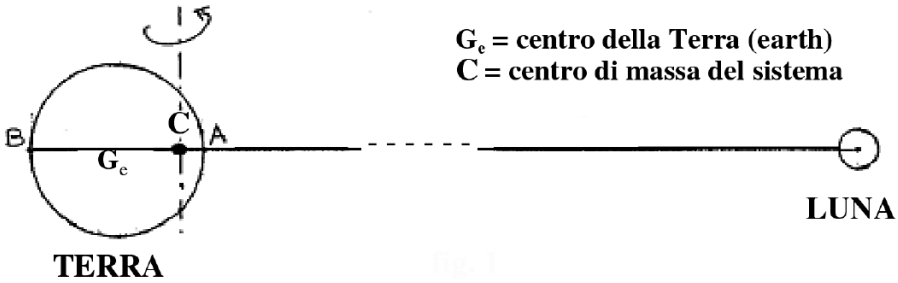

Figura 1.

Trovato C, il problema può essere affrontato in tre tappe:
- si calcolano i valori delle accelerazioni centripete del centro della Terra G_e e dei punti diametralmente opposti A e B, relative alla rotazione intorno al centro di massa C;
- si calcolano le accelerazioni prodotte dall'attrazione gravitazionale della Luna negli stessi punti;
- si confrontano tra loro i valori delle accelerazioni dovute ai due fenomeni nei tre punti e si cerca un terzo fenomeno capace di compensare le differenze trovate.

5. I calcoli

Dati di partenza:

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m³/kg·s²	Costante gravitazionale
$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg	Massa della Terra
$R_T = 6{,}36 \cdot 10^{6}$ m	Raggio medio della Terra

$M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg	Massa della Luna
$D_{TL} = 3{,}84 \cdot 10^8$ m	Distanza dal centro della Terra al centro della Luna
$D_T = 4{,}66 \cdot 10^6$ m	Distanza dal centro della Terra al centro di massa del sistema Terra-Luna
$T = 27{,}3$ giorni $= 2{,}36 \cdot 10^6$ s	Periodo di rotazione
$\omega = 2{,}66 \cdot 10^{-6}$ rad/s	Velocità angolare della Terra

Risultati:
Accelerazione centripeta $a_c = \omega^2 R$

in G_e:	$R \approx 4{,}66 \cdot 10^6$ m	$a_c \approx 3{,}30 \cdot 10^{-5}$ m/s² verso la Luna
in A:	$R \approx 1{,}70 \cdot 10^6$ m	$a_c \approx 1{,}20 \cdot 10^{-5}$ m/s² in verso opposto alla Luna
in B:	$R \approx 1{,}026 \cdot 10^7$ m	$a_c \approx 7{,}80 \cdot 10^{-5}$ m/s² verso la Luna

Accelerazione gravitazionale dovuta alla Luna $a_g = G \cdot Mm/D^2$

in G_e:	$D \approx 3{,}84 \cdot 10^8$ m	$a_g \approx 3{,}32 \cdot 10^{-5}$ m/s² verso la Luna
in A:	$D \approx 3{,}78 \cdot 10^8$ m	$a_g \approx 3{,}44 \cdot 10^{-5}$ m/s² verso la Luna
in B:	$D \approx 3{,}90 \cdot 10^8$ m	$a_g \approx 3{,}22 \cdot 10^{-5}$ m/s² verso la Luna

6. L'interpretazione

La situazione è illustrata nelle figure 2, 3 e 4. Come indicano i calcoli relativi al punto G_e, l'accelerazione centripeta del centro della Terra nel suo moto intorno al centro di rotazione comune è fornita con ottima approssimazione, entro le incertezze del calcolo, dall'interazione gravitazionale con la Luna (fig. 2). Di conseguenza il centro della Terra non è sede di sollecitazioni compensative.

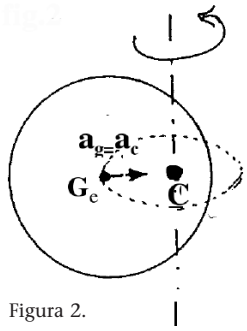

Figura 2.

Nel punto A (fig. 3) l'accelerazione centripeta assume il suo valore minimo ed è diretta in verso opposto all'accelerazione gravitazionale dovuta alla Luna che in quel punto assume il suo valore massimo. In assenza di fenomeni compensativi la superficie terrestre che si affaccia verso la Luna sarebbe soggetta a un'accelerazione risultante di circa $2{,}24 \cdot 10^{-5}$ m/s² diretta verso l'esterno, mentre l'accelerazione centripeta diretta verso l'interno occorrente per sostenere il moto rotatorio in quella zona vale $1{,}20 \cdot 10^{-5}$ m/s². Ne deriva che per mantenere l'equilibrio in quella zona deve entrare in gioco una forza diretta verso l'interno che non solo compensi l'attrazione lunare, ma provveda anche l'accelerazione centripeta occorrente perché la superficie terrestre non venga strappata via. Tale forza potrebbe essere una reazione di tipo elastico, la cui origine stia nella deformabilità e coesione della materia, con conseguenti temporanee variazioni del livello delle acque e deformazioni della crosta terrestre, come indica la metà destra della figura 3 dove la "contro-accelerazione" prodotta è indicata con $\boldsymbol{a}_r$ (dove **r** sta per "reazione").

Nel punto B l'accelerazione centripeta è massima ed è diretta nello stesso verso dell'accelerazione gravitazionale che però, assumendo in quel punto il suo va-

lore minimo, non è in grado da sola, di fornire l'accelerazione centripeta richiesta per la rotazione intorno a C (fig. 4). Anche qui l'accelerazione centripeta richiesta è conseguenza della reazione elastica delle acque e della crosta terrestre.

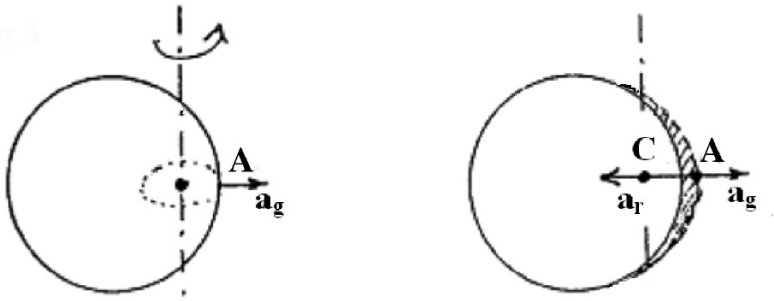

Figura 3.

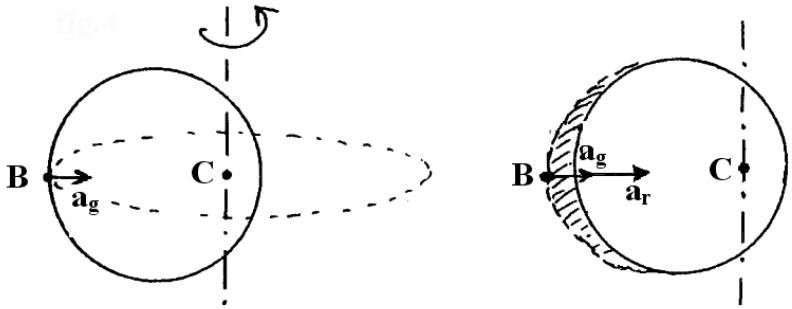

Figura 4.

7. Un modello dinamico semplificato delle deformazioni di marea [3]

La spiegazione può essere seguita dall'elaborazione informatica di un modello dinamico del fenomeno delle maree, visto in un piano parallelo ai meridiani terrestri. I calcoli sono basati su un modello semplice in cui la Terra è considerata come una sfera elastica omogenea e i risultati sono descritti, nelle ipotesi di diversi coefficienti elastici, nella figura 5.

L'origine delle coordinate coincide con il centro di massa del sistema Terra-Luna. L'asse delle ascisse è diretto verso la Luna e quello delle ordinate coincide con l'asse di rotazione.

L'algoritmo utilizzato, ripetuto per diversi valori della latitudine, calcola la deformazione di equilibrio in diversi punti della Terra.

L'algoritmo si sviluppa secondo le tappe seguenti:

(1) si sceglie un punto X,Y situato sulla superficie della Terra supposta sferica,

(2) si pone uguale a 0 il valore iniziale della deformazione,

(3) si calcola in X,Y il valore relativo di $\boldsymbol{a}_c$, accelerazione centripeta dovuta alla rotazione terrestre,

(4) si calcola in X,Y il valore relativo di $\boldsymbol{a}_g$, accelerazione dovuta all'attrazione gravitazionale della Luna,

(5) si calcola in X,Y il valore relativo di $\boldsymbol{a}_r$, accelerazione compensatrice generata dalla reazione elastica.

(6) **Se** (valore assoluto di $\boldsymbol{a}_r$) < (valore assoluto di $\boldsymbol{a}_c - \boldsymbol{a}_g$):
(i) si aumenta X di poco,
(ii) si aumenta dello stesso poco il valore della deformazione,
(iii) si ripete il calcolo partendo dal punto 3
Altrimenti si torna in (1) e si sceglie un altro punto.
(Nota: questo algoritmo semplificato non si preoccupa di mantenere costante il volume della Terra.)

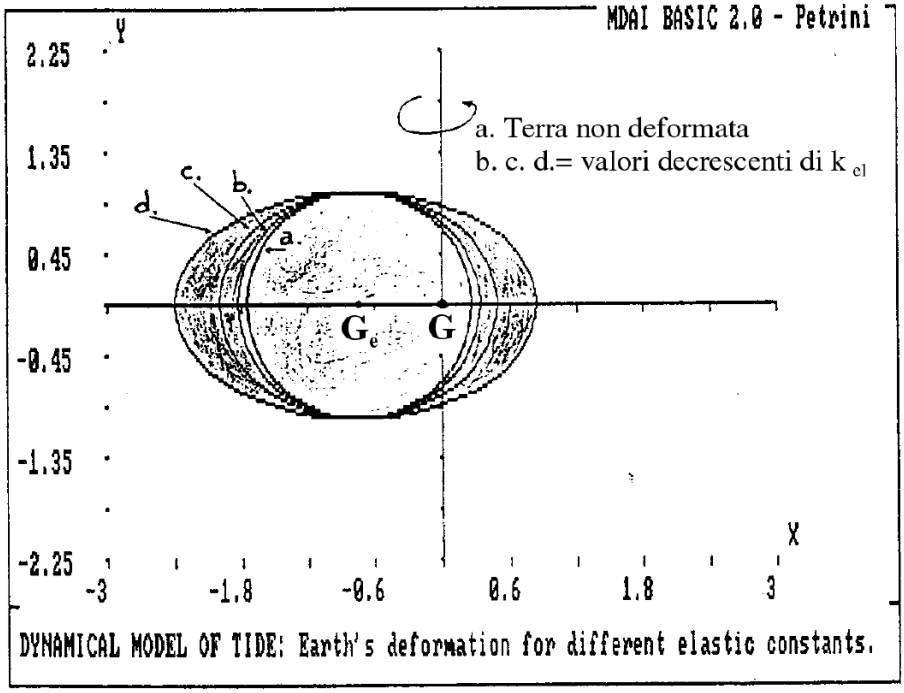

Figura 5.

Bibliografia e Note

[1] Questo lavoro fu da me presentato sotto forma di poster alla Conferenza GIREP '91 "Teaching about reference frames, from Copernicus to Einstein", Torun, Polonia, 19-24 Agosto 1991. È pubblicato nei Proceedings, Nicholas Copernicus University Press, 1992, p. 405.

[2] "The gravitational attraction of two bodies such as the Earth and the Moon is proportional to the product of their masses and inversely proportional to the square of the distance between their centres. Their gravitational attraction tends to force them to approach one another, but this is inhibited by the centrifugal force of rotation around their joint centre of gravity. If it is assumed that the mass of each body is concentrated in its centre, then the two forces balance each other. There is an important difference between these two forces, gravitational attraction and the centrifugal force of rotation. The first depends on distance and consequently varies for different particles on the Earth; the second is constant for all points of the Earth. If a single water particle of the ocean is considered, there is no balance; the gravitational attraction of the Moon may be different from the centrifugal force of rotation…" da Encyclopedia Britannica, "The causes of the tides", vol. 18, pag. 383, edizione 1973.

[3] Come mostra la figura 5, il programma di modellizzazione utilizzato è MDAI (Modelli Dinamici e Algoritmi Iterativi) sviluppato dall'autrice nel corso degli anni '80, pubblicato dalla Casa Editrice Petrini e subito diventato obsoleto in seguito all'abbandono del DOS come piattaforma dei computer.