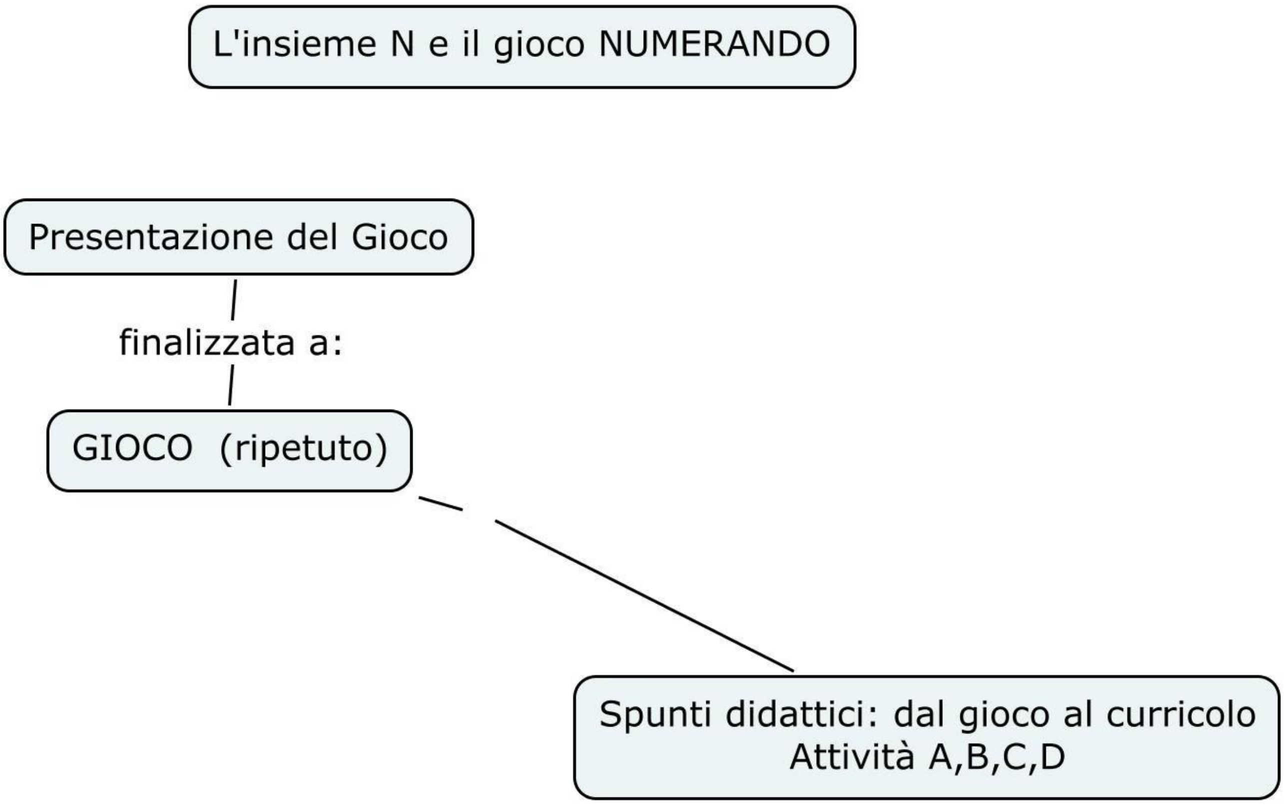
L'insieme N e il gioco *Numerando*

Brunetto Piochi
(con la collaborazione di Lucia Stelli)

Nucleo: Numero

Tematica: Operazioni tra numeri naturali, proprietà dei numeri naturali¸calcolo mentale e scritto



Finalità e obiettivi di apprendimento:

Obiettivi in relazione alle Indicazioni 2007

> *Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali ed eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni. Dare stime per il risultato di una operazione.*

Indicazioni per gli insegnanti

Il gioco ***Numerando*** è la rielaborazione di un vecchio gioco aritmetico della TV monegasca. La presente versione didattica si basa sull'elaborazione dell'insegnante **Lucia Stelli**.

Il coinvolgimento e la gratificazione derivanti dal gioco insieme all'opportunità di fare osservazioni o scoperte sulle proprietà delle operazioni e dei numeri ne fanno un valido strumento didattico.

> ***Nota*** *Prima di proseguire nella lettura di queste indicazioni si consiglia di leggere la Scheda relativa alla descrizione del gioco e magari di effettuare personalmente qualche tentativo.*

Il gioco si può vedere come un mezzo per costruire nello stesso tempo apprendimenti significativi e un rapporto positivo con la matematica.

Coniugando infatti motivazione, cognizione e metacognizione favorisce il superamento dell'impulsività indirizzando verso la costruzione di un metodo di lavoro basato sul controllo del proprio operato.

La sua valenza **formativo-orientativa** trova fondamento nelle seguenti azioni:

- costruire qualcosa insieme ai compagni
- dare valore alla memoria e all'approfondimento
- soffermarsi sulle cose e osservarle con attenzione
- cercare le informazioni nascoste
- sentire l'importanza delle intuizioni, dei pensieri e del linguaggio
- dare valore al confronto e alla diversità tra le cose e tra le persone

Le regole del gioco e la gara permettono di dare enfasi all'attività motivando gli alunni a „mettersi in gioco", e allo stesso tempo li orientano verso l'assunzione di responsabilità, richiedendo loro di esercitare processi di controllo sui propri comportamenti senza delegarli all'insegnante.

In molte classi, una volta sperimentato a sufficienza il gioco, qualcuno propone di cambiare una regola o un punteggio; la decisione di accettare o meno la proposta dipenderà dalla valutazione collettiva della medesima. L'insegnante non deve dunque preoccuparsi di dettagliare troppo le regole, ci penseranno gli alunni stessi man mano che l'esperienza andrà avanti; il bisogno di chiarezza e univocità nascerà in modo spontaneo dal fare matematica. Il gioco riesce generalmente a coinvolgere anche gli alunni più in difficoltà, sia perché dopo qualche prova le regole vengono facilmente acquisite, sia perché capita spesso che qualcuno ritenuto meno capace riesca a centrare il bersaglio e la gratificazione che ne deriva risulta contagiosa. Accanto a questi aspetti positivi ve ne sono però altri che possono costituire elementi di criticità se non vengono adeguatamente governati dall'insegnante. All'inizio dell'esperienza si corre ad esempio il rischio di dare troppo peso all'aspetto competitivo del gioco perché questo è indubbiamente per gli alunni il lato più attraente; è quindi necessario che l'insegnante esamini attentamente le diverse soluzioni elaborate individualmente dagli alunni o dai vari gruppi di lavoro per ricercarvi leve adatte a creare altri tipi di coinvolgimento come ad esempio la scoperta di relazioni che stavano lì sotto gli occhi di tutti, ma che nessuno aveva rilevato. E' affidata quindi alla sensibilità

dell'insegnante la ricerca di opportunità didattiche che rendano ogni partita un'avventura ricca di imprevisti, ostacoli, ma anche piacevoli sorprese.
Al termine di ogni partita un alunno di ogni gruppo (meglio se è quello meno pronto nel calcolo, così deve prestare attenzione a ciò che deve dire) detta il conto che il gruppo ha fatto facendo attenzione a riferirlo correttamente perché vale ciò che viene dettato e non vengono accettate correzioni.
Conviene preparare una tabella da consegnare a ogni gruppo (si vedano le schede per il gruppo e le schede per i punteggi) per registrare calcoli e punteggi in modo da coinvolgere tutta la classe e allo stesso tempo tenere memoria dell'attività svolta, cosa che potrebbe essere fatta anche mediante la LIM. E' utile dedicare al gioco un'ora alla settimana per un paio di mesi. Se si verificano situazioni che fanno perdere attrattiva al gioco, ad esempio vince sempre lo stesso gruppo o emergono difficoltà relazionali, i gruppi possono essere cambiati. La competizione, col tempo dovrebbe passare in secondo piano, ma questo avverrà solo se l'insegnante riuscirà a variare le proposte di gioco e a diversificare gli scopi didattici. Per questo non si affiderà solo alle estrazioni casuali, ma proporrà anche qualche situazione già definita oppure inviterà gli alunni a ragionare su conti già fatti da altri, come esposto nell'attività D.

Anche il ricorso alla calcolatrice tascabile, può rappresentare una variante didatticamente utile. All'inizio i ragazzi pensano che l'uso della calcolatrice sia una garanzia di vittoria, ma utilizzandola nel gioco, si renderanno conto che non è così. Basta alternare partite in cui il calcolo viene fatto a mano ad altre in cui viene eseguito con la calcolatrice; o anche sorteggiare in una partita metà gruppi che lavorano in un modo e metà nell'altro, scambiando poi i ruoli con il successivo bersaglio. Sarà interessante constatare che lo strumento non favorisce il gruppo che la usa; un motivo di questo fatto può essere ricercato nel fatto che la calcolatrice porta facilmente a fare una serie di tentativi trascurando la ricerca di una strategia. Se da una parte il gioco contribuisce a demitizzare lo strumento calcolatrice, può però abituare ad utilizzarlo in modo consapevole (cfr. anche l'attività PQM "La calcolatrice").
L'insegnante alternerà alle attività di gioco anche momenti di riepilogo e sintesi per sistemare concetti scaturiti strada facendo, invitando gli alunni a ricercarli pure nel libro di testo (ad esempio il concetto di elemento neutro o il ruolo dello 0 nella divisione). Ciò permetterà di agganciare in modo naturale alcuni argomenti curricolari.

Questa attività si presta bene anche come attività "in continuità" con la Scuola Primaria. Proprio perché sono richieste come prerequisito solo le elementari tecniche di calcolo, può essere proposta (in attività comuni o in parallelo) agli alunni delle classi quinte e a quelli delle prime successive.

Metodologia: La metodologia sarà quella laboratoriale, dove l'insegnante non solo guida l'esplorazione, ma innesca, organizza e coordina la ricerca. Il gioco rappresenta un valore aggiunto, un mezzo per ottenere una partecipazione motivata e attiva con scopi chiari e condivisi. Il *Numerando* infatti è un gioco e va vissuto come tale dai ragazzi. Attraverso questo gioco l'insegnante può far passare contenuti curricolari di sua scelta. Le attività presentate in questa proposta sono scaturite da vari *Numerando* effettivamente sperimentati in una classe prima e non hanno costituito una noiosa appendice all'attività di gioco, ma il prosieguo naturale della medesima.
Affinché i ragazzi si appassionino al gioco è necessario credere nella sua valenza didattica e dedicarci tempo sufficiente (ad esempio un'ora alla settimana nel corso del I quadrimestre). Il

tempo dedicato a questa attività non sarà "sottratto" alla normale didattica, sia perché le attività svolte riguardano contenuti curricolari, sia perché i ragazzi faranno molto esercizio di calcolo, sia infine perché le competenze acquisite permetteranno poi di guadagnare tempo in momenti successivi: la somma algebrica è dunque positiva!
D'altronde un apprendimento, per diventare effettivo e permettere il passaggio dalla conoscenza alla competenza, ha bisogno di diventare in qualche modo "routinario"; da qui la necessità di non farne uso occasionalmente, ma permettere a tutti gli alunni (in particolare a quelli più deboli) una esercitazione costante.

Bibliografia e sitografia indicative:

Matematica 2001, *Materiali per il XXVII Convegno Nazionale UMI-CIIM sull'Insegnamento della matematica*, Ischia, 15-17 Novembre 2001
M. Piscitelli, I. Casaglia, B. Piochi, *Proposte per il curricolo verticale. Progettare percorsi in Lingua italiana e Matematica*, Tecnodid, Napoli 2007
D. De Toffoli, D. Zaccariotto, *1001 Giochi per tutti. Giochi logico-matematici, linguistici, a schema,* Mondatori, Milano 2008

http://utenti.quipo.it/base5/numeri/quattro4.htm
https://www.matematicamente.it/giochi-e-gare/
https://smfi.unipr.it/it/orientamento/rally-matematico-transalpino-pr

Descrizione dell'attività

- **Condizione, problema o stimolo da cui nasce l'attività**

Sicuramente il possesso di abilità di calcolo è fondamentale per una buona riuscita in matematica. D'altra parte sempre più spesso queste sono carenti in ingresso e vi è una resistenza notevole da parte degli studenti a svolgere la quantità di esercizi necessaria per impadronirsi di queste competenze: tale resistenza è generale, ma viene manifestata soprattutto da quelli che ne avrebbero più bisogno…
Il gioco che qui proponiamo, proprio per la sua valenza ludica, coinvolge al contrario tutti i ragazzi e offre loro occasione per "mettersi alla prova" nei calcoli, effettuandone una buona quantità quasi senza accorgersi della fatica. Allo stesso tempo, offre all'insegnante l'opportunità di guidare i ragazzi a riflettere su proprietà numeriche significative.

- **Prerequisiti richiesti ai ragazzi per svolgere l'attività**

La classe di riferimento per questa attività è la prima, in qualsiasi parte dell'anno scolastico. Infatti gli unici requisiti sono le abilità di base nel calcolo.

- **Strumenti forniti agli allievi**

Per la classe servono 14 cartellini di cartoncino rigido: 10 contrassegnati con le cifre da 0 a 9 (una cifra per ogni cartellino) e 4 con i segni delle operazioni aritmetiche (un segno per cartellino).
Ogni studente deve avere a disposizione carta, penne o matite, gomme… Può essere utile disporre di calcolatrici tascabili.

- **Organizzazione della classe e metodologia**

La classe viene suddivisa in gruppi di lavoro composti da non più di quattro alunni. Si consiglia che tali gruppi siano al loro interno omogenei per livello di abilità. In tal modo si favorirà l'emergere di capacità in alunni caratterialmente meno portati a farsi avanti e, al tempo stesso, si costringeranno i "leader usuali" a collaborare fra loro trovando (spesso per loro inedite) occasioni di confronto fra pari.
La metodologia sarà quella laboratoriale. Il gioco rappresenta un valore aggiunto, un mezzo per ottenere una partecipazione motivata e attiva con scopi chiari e condivisi.

Fasi e tempi (indicativi)
Fase generale: Imparare a giocare
Presentazione del gioco *Numerando* e prove **1 ora**
Attività di gioco **20-40 minuti**
(**Nota**: l'attività va sperimentata **almeno 3-4** volte; l'ideale sarebbe renderla "routinaria" dedicandole uno spazio stabilito ogni settimana per un tempo sufficiente)

Spunti didattici: Dal gioco al curricolo (Esempi di attività)

Attività A	Pari e dispari	**1 ora**
Attività B	I numeri 1 e 0 e l'operazione di divisione	**1 ora**
Attività C	Espressioni aritmetiche e proprietà distributiva	**1 ora**
Attività D	Ragionare sui conti	**1 ora**

Una scuola di qualità, per tutti

Materiali allegati

Schede per la registrazione del lavoro del gruppo
Schede per la registrazione delle soluzioni e dei punteggi dei vari gruppi
Correttore della prova di verifica proposta alla fine di queste pagine

Fase generale

PRESENTAZIONE DEL GIOCO *NUMERANDO*

CON CHE COSA SI GIOCA

14 cartellini di cartoncino rigido: 10 contrassegnati con le cifre da 0 a 9 (una cifra per ogni cartellino) e 4 con i segni delle operazioni aritmetiche (un segno per cartellino).

COME SI GIOCA

Estrazioni

1. Dal mazzo delle cifre si estrae per tre volte di seguito un cartellino, rimettendolo nel mazzo dopo ogni estrazione. Con le 3 cifre estratte si compone il numero che costituirà il **bersaglio.** La prima cifra rappresenterà le centinaia, la seconda le decine e la terza le unità. (Il numero bersaglio può essere costituito da tre cifre uguali e può anche essere di due cifre nel caso in cui la prima estratta sia zero).
2. Dopo aver stabilito il numero bersaglio si estraggono, ancora casualmente, ma questa volta senza rimettere il cartellino nel mazzo, tre cifre che serviranno come “**mattoni**” per colpire il bersaglio.
3. Per finire si estraggono due cartellini con i segni di operazione.

N. B. Cifre e operazioni saranno inizialmente estratte a sorte (il caso riserva sempre spunti didattici inaspettati). Tuttavia, al fine di un utilizzo più “matematico” del gioco, esse potranno talvolta essere proposte direttamente dall’insegnante.

REGOLE DI GIOCO

Le 3 cifre estratte la seconda volta (i “mattoni”) possono essere associate a piacere per comporre numeri. Esse possono essere utilizzate ciascuna come numero o come cifra, possono essere utilizzate più volte e non è comunque detto che tutte siano usate. Ad esempio con le cifre 4 e 5 possono essere formati i numeri 45, 54, 44, 555,… e può essere eseguita un’operazione come 45+44=89 oppure 4+4=8. Tuttavia eventuali cifre-numero ottenibili come costruite a partire dai “mattoni” possono essere usate **solo** come numero e **non** come cifra: nell’esempio precedente si può usare il numero 8 come operando, ma la cifra 8 non può essere usata per comporre un numero (es. non è lecito scrivere il numero 84).
Anche le operazioni estratte possono essere usate a piacimento. È importante stabilire una regola base: esse potranno essere usate in sequenza (dal risultato di una si passa alla successiva) oppure potranno succedersi in ordine libero; si suggerisce che sia l’insegnante a decidere e chiarire la modalità prescelta (**Nota:** per le attività descritte nel seguito è stata scelta generalmente la prima modalità)
Le operazioni potranno essere scritte separatamente o in forma di espressione.
L’insieme numerico di riferimento è quello dei numeri naturali e pertanto l’operazione di divisione deve risultare esatta.

Osservazione: Come si vede, già nella spiegazione delle regole intervengono aspetti essenziali legate ai numeri (differenza numero-cifra, insieme di riferimento, ecc.) che "passano" in maniera naturale attraverso il contesto ludico.

SCOPO DEL GIOCO

Si deve trovare una sequenza di operazioni che centri il numero bersaglio o comunque permetta di arrivarci il più vicino possibile in un tempo fissato (mediamente 5 minuti; inizialmente o in casi particolari si può arrivare a 10 minuti: tempi più lunghi rischiano di far perdere interesse al gioco…)

ESEMPIO

Per chiarire meglio, diamo un esempio concreto di ***Numerando*** risolto

Numero bersaglio: **543**
Simboli di operazione: **-** e **x**
Cifre "mattoni": **2, 6, 9**

Sequenze operative che centrano il bersaglio

Esempio n.1 (ordine sequenziale)
6 x 2 = 12
12 x 6 = 72
72 x 9 = 648
648 – 96 = 552
552 – 9 = 543

Esempio n.2 (ordine libero)
69 x 9 = 621
2 x 9 = 18
96 - 18 = 78
621 – 78 = 543

Esempio n.3 (sequenza breve)
92 x 6 = 552
552 – 9 = 543

MODALITÀ ORGANIZZATIVE

La classe viene suddivisa in gruppi di lavoro omogenei per livello di abilità al loro interno e composti da non più di quattro alunni. A tempo scaduto ogni gruppo (tramite un portavoce) comunicherà il procedimento di calcolo utilizzato e l'insegnante lo scriverà alla lavagna, controllerà quindi insieme a tutta la classe che siano state rispettate le regole del gioco e registrerà il punteggio conseguito. In alternativa possono essere fatte partite di tre o quattro manche in sequenza, procedendo al controllo e all'assegnazione del punteggio negli ultimi minuti della lezione.

CRITERI DI ASSEGNAZIONE DEL PUNTEGGIO

- Per ogni sequenza corretta (il calcolo deve essere corretto) 1 punto
- Per ogni sequenza sbagliata –1
- Per il mancato svolgimento –2
- La risposta più vicina al numero-bersaglio, in mancanza del centro, vale 3 punti
- Al gruppo che centra il bersaglio vengono assegnati 5 punti
- Viene assegnato un bonus di 2 punti a chi usa tutte le cifre estratte e tutti i simboli di operazione
- Viene assegnato un bonus di 2 punti a chi individua la *strada più breve* (solitamente un'espressione)

Il punteggio massimo che può essere conseguito sarà quindi di 10 punti.

Osservazione – L'idea di aggiungere i bonus è nata dai ragazzi di una classe che ha sperimentato il gioco (la stessa in cui sono scaturite le attività presentate nelle schede di lavoro). Della stessa classe è stata l'idea di "punire" in modo più pesante chi non lavora rispetto a chi "ci prova, ma non ci riesce"… anche se tale penalità non è in effetti mai stata assegnata. Si sottolinea come l'attribuzione dei bonus permette di mantenere vivo l'interesse per il gioco anche dopo che un gruppo ha già centrato il bersaglio, dato che si può cercare una strada più breve o più completa.
L'insegnante potrebbe anche non presentare inizialmente il regolamento di attribuzione dei punteggi e aspettare che gli alunni ne facciano richiesta; le differenti proposte, oppure le aggiunte o le modifiche che essi proporranno al regolamento dato costituiranno un indice del coinvolgimento nel gioco e della riflessione metacognitiva che lo accompagna.

Attività di gioco

A questo punto occorre provare e poi… giocare. Ogni tornata di gioco può durare da 20 a 40 minuti: dipende da quanto tempo si dedica a ogni "manche" e da quante "manche" si gioca (consigliamo non meno di 4 e non più di 8 ogni volta, ma naturalmente questo numero varia secondo la classe e l'esperienza nel gioco).

In ogni caso l'attività va sperimentata almeno 3-4 volte; l'ideale sarebbe renderla "routinaria" dedicandole uno spazio stabilito ogni settimana per un tempo sufficiente (ad esempio un quadrimestre).

In allegato proponiamo due Schede (rispettivamente SCHEDA dei PUNTEGGI e SCHEDA del GRUPPO) le quali, opportunamente ampliate se necessario, aiuteranno la classe e l'insegnante a tenere traccia del percorso svolto.

PQM Piano Nazionale Qualità e Merito 2010/2011
Una scuola di qualità, per tutti

Spunti didattici: dal gioco al curricolo

Attività A

INDAGINE SUL COMPORTAMENTO DEI NUMERI PARI E DEI DISPARI

Proponiamo alla classe un ***Numerando*** *del tipo* seguente

BERSAGLIO: **582**
CIFRE: **9, 1, 3**
OPERAZIONI: **- x**

Capiterà che qualche alunno commenti: "Questo è difficile, non può tornare, le cifre sono tutte dispari e il bersaglio è pari". (Un'affermazione analoga può emergere anche con un bersaglio dispari e cifre tutte pari)
L'insegnante non deve lasciarsi sfuggire l'opportunità di andare oltre il riconoscimento dei numeri pari e dei dispari, motivando i propri alunni a capirne il comportamento. Dunque verifica se altri la pensano allo stesso modo, chiede eventuali spiegazioni e comunque invita a procedere nel gioco per avere un riscontro delle ipotesi fatte.
Il bersaglio centrato permetterà di verificare la falsità dell'affermazione espressa istintivamente. Perché accade questo? ma se le operazioni fossero state diverse, sarebbe accaduta la stessa cosa?

931 – 333 = 598
598 – 9 = 589
589 – 3 = 586
586 – 3 = 583
583 – 1 = 582

Vale dunque la pena di vedere i numeri pari e dispari in azione.

Nel caso delle due operazioni dirette (+ e x), si perverrà facilmente alle seguenti tabelle:

+	P	D
P	P	D
D	D	P

x	P	D
P	P	P
D	P	D

Sarà meno semplice ragionare sulle operazioni inverse. Cominciamo dalla sottrazione. Le operazioni utilizzate nel gioco ci permettono di notare che la sottrazione tra due numeri dispari produce un numero pari (913-319 = 594 931 – 333 = 598) e che la tabella dell'addizione può valere anche per la sottrazione, nei casi in cui sia eseguibile in N. Analizziamo la sequenza risolutiva del Numerando da cui siamo partiti, che i ragazzi possono sempre ritrovare sulla scheda riassuntiva del gioco. La soluzione si ottiene togliendo in successione numeri dispari (ma si osserva la medesima situazione anche aggiungendoli) e questo aiuta i ragazzi a capire che:

"Ottenere un risultato P o D" dipende dal numero di volte che si toglie il numero dispari:

- se sottraggo da P un numero pari di volte un numero dispari ottengo un numero P
- se sottraggo da P un numero dispari di volte un numero dispari ottengo un numero D

E con la divisione che cosa accade?

Ormai sappiamo che possiamo ottenere un risultato intero solo nei casi in cui il dividendo è multiplo del divisore; andremo quindi a ricercare alcuni esempi di queste situazioni particolari per verificare che D : D = D.

L"operazione P : P , purché il dividendo sia multiplo del divisore, può dare invece P o D a seconda dei casi.
"La divisione tra due numeri uguali, pari o dispari che siano dà sempre 1" (lasciamo per il momento da parte 0 : 0)

Ecco alcuni esempi: 6 : 2 = 3 36 : 4 = 9 36 : 6 = 6
Cosa si potrà dire invece del quoziente x nel caso P : D ? Poiché x·D = P, se x esiste esso è pari. Non esiste invece alcun numero che, moltiplicato per un P dia, come risultato, un D.
Arrivati a questo punto gli alunni dovrebbero essere in grado di rispondere facilmente anche alla domanda *"Possiamo affermare che con le cifre pari non si può arrivare a un bersaglio dispari?"* Dovrebbero riconoscere la falsità anche di questa affermazione e cosa ancor più importante dovrebbero aver imparato che le proprie convinzioni non sono vere in assoluto, ma devono essere sottoposte a verifica attraverso argomentazioni fondate su conoscenze universalmente riconosciute.

Come "sottoprodotto" tutt'altro che banale di questa attività, citiamo la riflessione sul ruolo degli esempi e contro esempi. Spesso gli alunni tendono a utilizzare scorrettamente degli esempi per dimostrare la verità di qualche affermazione; in questo caso invece l'uso dell'esempio serve a mostrare la falsità di affermazioni generali e dunque è corretto.

Attività B

I numeri 1 e 0 nella divisione

Il gioco del *Numerando* contribuisce a far conoscere meglio la divisione, in particolare *alcune* divisioni che si rivelano provvidenziali in casi che a prima vista sembrano di difficile soluzione. Qualche volta infatti succede che appaia impossibile centrare il bersaglio o anche prendere il *bonus* dell'utilizzo di tutte le cifre e tutte le operazioni.
Ecco alcuni di questi casi:

Bersaglio 227
Cifre 2 – 7 – 6
Operazioni + :

Una delle tante possibili soluzioni: 7 : 7 = 1 1 + 226 = 227

E" probabile che il ricorso alla divisione tra termini uguali per ottenere 1, inizialmente non sia frequente (una cosa è saper eseguire le divisioni ed un'altra è utilizzarle!), ma nel seguito costituirà una grande risorsa nella soluzione di casi *difficili* come ad esempio quando le cifre sono tutte pari e il bersaglio è dispari.
Nel corso del gioco non è raro sentire dai ragazzi un commento del tipo: *"Chi l'avrebbe detto che l'1 fosse così importante!"*.
Sicuramente qualcuno scopre anche che il numero 1 può rappresentare un "trucco" per totalizzare più punti come ad esempio nel seguente caso:

Bersaglio 450
Cifre 1 – 5 – 6
Operazioni - :

561 – 111 = 450 450 : 1 = 450

Il numero 1 come dividendo si rivela invece naturalmente di scarsa utilità per il gioco perché ad esclusione del caso particolare 1 : 1, la divisione non genera numeri naturali.

"E con lo zero cosa accade?"

Bersaglio 324
Cifre 0 – 5 – 9
Operazioni - :

Non deve meravigliare che qualcuno scriva

324 : 0 = 324

Potrà tornare utile affiancare alla classica spiegazione (divisione quale operazione inversa della moltiplicazione) la verifica con calcolatrice. La risposta di errore lascerà stupiti diversi alunni, ma il messaggio molto più esplicito che qualche cellulare emette: ***"La divisione per 0 non è consentita"*** permetterà di ricordare il concetto di divisione impossibile meglio di qualsiasi altra spiegazione.

Attività C

DAL *NUMERANDO* ALLE ESPRESSIONI

È probabile che quasi tutti gli alunni sappiano risolvere espressioni, ma è altrettanto probabile che non le conoscano ancora abbastanza, soprattutto non ne conoscano il linguaggio. Solitamente anche se hanno imparato le regole di precedenza, non sono ancora consapevoli del ruolo chiave delle parentesi e delle proprietà delle operazioni; hanno comunque sperimentato che risolvere un'espressione è più facile che scriverla.

È quindi molto importante che riflettano sulla costruzione delle espressioni affinché esse diventino uno strumento utile per comunicare in modo sintetico un procedimento di calcolo. Anche il *Numerando* può contribuire a farle conoscere meglio: ecco alcuni procedimenti di calcolo che possono utilmente servire a tale scopo.

La lezione è impostata sulla richiesta di trasformare in espressioni alcune sequenze di calcolo scelte tra quelle prodotte nel corso del gioco.

Bersaglio	**272**
Cifre	**2 – 4 – 9**
Operazioni	**+ x**

Soluzione prodotta: 94 x 2 = 188 188 + 42 = 230 230 + 42 = 272

Facilmente si arriva a trasformare la sequenza nell'espressione:

94 x 2 + 42 + 42 = 272

La richiesta successiva sarà: **"E' possibile scrivere l'espressione in modo diverso?"** (La classe naturalmente dovrebbe aver fatto esercizi di trasformazioni di addizioni in moltiplicazioni e moltiplicazioni in potenze)

Passaggio successivo: **94 x 2 + 42 x 2 = 272**

L'insegnante: **"E' possibile fare un'ulteriore trasformazione inserendo le parentesi tonde?"**

Può darsi che la risposta **(94 + 42) x 2** non sia immediata e che venga data per prima la seguente **(94 + 42) x 4**. Invece di correggere (inorriditi…) proporremo di risolvere entrambe le espressioni, il che porterà a individuare quella corretta, dato che **136 x 2 = 272**

Qui ci si può fermare alla scrittura dell'espressione o cogliere l'occasione per introdurre o riconoscere la proprietà distributiva della moltiplicazione.

Altro esempio

Bersaglio 100
Cifre 2 – 4 – 5
Operazioni - e **x**

Come trasformare le seguenti espressioni?

24 x 5 – 4 – 4 – 4 – 4 - 4 = 100 **25 x 5 – 5 – 5 – 5 – 5 – 5 = 100**

Questa volta è meno difficile arrivare, nel primo caso, a (24 – 4) x 5 e, nel secondo, a (25 – 5) x 5

Occorre, comunque, ripercorrere più volte la stessa strada prima che diventi familiare ai ragazzi ed è necessario che essi siano in grado di riconoscere la proprietà distributiva in altri contesti e sappiano utilizzarla.

N. B. Se l'insegnante ha proposto il gioco nella modalità operativa sequenziale può introdurre durante l'attività sulle espressioni la variante di non rispettare tale ordine. Un confronto tra questi due modi di procedere può aiutare a scrivere le espressioni rispettando le proprietà delle operazioni.

Può tornare utile un esempio come il seguente:

Bersaglio 343
Cifre 3, 6, 9
Operazioni - :

Due diverse soluzioni: (La prima si presta anche per considerazioni su numeri grandi e criteri di divisibilità)

36663 : 33 = 1111
1111 – 699 = 412
412 – 69 = **343**
69 : 3 = 23
366 – 23 = **343**

Nel primo caso la traduzione in espressione della successione di operazioni è immediata; basta eliminare i risultati di ciascuna operazione e scrivere le operazioni in sequenza.
Scriveremo l'espressione **36663 : 33 – 699 - 69 = 343**
Nel secondo caso invece non possiamo utilizzare il risultato della prima operazione come operando della seconda. L'espressione corrispondente sarà la seguente: **366 - 69 : 3 = 343.**

Lasciamo al lettore l'esame della traduzione in espressione dell'esempio di sequenza in ordine libero che abbiamo utilizzato nella scheda di presentazione.

Attività D
Calcolo mentale e metacognizione

Il gioco *Numerando* rappresenta un'ottima occasione per esercitarsi nel calcolo mentale, inteso non come applicazione "automatica" di regole (cosa che può portare a non accorgersi dell'assurdità del risultato) ma come strumento di controllo e stima del risultato (cfr. anche l'attività PQM "La calcolatrice"). Nel caso specifico, dal vantaggio che se ne può trarre nel gioco scaturisce la comprensione di alcune regole operative, conosciute ma non interiorizzate. Nell'esempio che segue, inoltre, interviene un approccio metacognitivo, dato che si richiede di provare a intuire il ragionamento svolto da altri per scoprirne eventualmente limiti e sviluppi. Si parte dall'analisi delle soluzioni fornite da 6 gruppi di alunni (di un'altra classe) al seguente *Numerando*; il lavoro offre spunti interessanti sulla divisibilità e sul calcolo mentale.

BERSAGLIO 233
CIFRE 2, 4, 8
OPERAZIONI : x

G1 **28 x 4 = 112**
112 x 2 = 224

G2 **42 x 8 =336**
336 : 2 = 168

G3 **44 x 4 = 176**
176 x 4 = 704
704 : 8 = 88
88 x 4 = 352
352 : 2 = 176

G4 **24 x 8 = 192**
192 : 4 = 48
48 x 4 = 192

G5 **28 x 4 = 112**
112 x 2 = 224

Alla classe prima media con cui si sta svolgendo la lezione, suddivisa nei consueti gruppi di lavoro viene data la seguente consegna: "**Esaminate i risultati del Numerando effettuato in una 5^ classe di scuola primaria, così come li hanno scritti i vari gruppi di alunni.**
Se foste l'insegnante che cosa fareste osservare agli alunni?
Quali indicazioni dareste per aiutarli a fare meglio?"

Sicuramente il primo impulso sarà quello di cimentarsi con il gioco per cercare di fare meglio; l'insegnante farà in modo di spostare l'attenzione degli alunni sulle relazioni intercorrenti tra le cifre e tra le operazioni.

È probabile (almeno questo è ciò che si è verificato nell'esperienza a cui ci stiamo riferendo) che inizialmente si ottengano risposte del tipo:

- Consiglio di fare più tentativi in modo da avere più possibilità
- Se fossi l'insegnante osserverei le operazioni degli alunni: chi c'è arrivato più vicino, chi ha usato il bonus e chi c'è andato più lontano
- Gli farei notare che nessuno ha centrato il bersaglio e quelli che si sono avvicinati di più hanno usato un solo segno, il x , e le stesse operazioni.
- Per centrare il bersaglio bisognerebbe arrivare al numero 466 e poi dividere per 2
- E" molto difficile raggiungere un bersaglio dispari con tutte le cifre pari e i segni **:** e **x**
- Si può arrivare a 224 con una sola operazione, invece che con 2 come hanno fatto G1 e G5; basta fare **28 x 8 = 224**

Una volta rilevata l'inutilità delle prime osservazioni (è evidente che non è stato centrato il bersaglio e consigliare di fare più tentativi non aiuta) dovrà essere chiaro a tutti che i suggerimenti dell'insegnante dovrebbero produrre qualcosa di interessante, ad esempio potrebbero indirizzare verso una scoperta significativa, come loro stessi hanno sperimentato in altre occasioni.
E" sufficiente una risposta come l'ultima della sequenza per motivare la classe a guardare il compito con occhi diversi[1].
Nella nostra esperienza gli alunni sono pervenuti infatti alle seguenti considerazioni:

- Moltiplicare per 8 e poi dividere per 4 è lo stesso che moltiplicare per 2 (v. **G4**)
- Moltiplicare per 8 e poi dividere per 2 è come moltiplicare per 4, viene fuori da 8 : 2! (v.**G2**)
- Dividere per 4 e poi moltiplicare per 4 fa rimanere al punto di partenza, perché (è stato necessario pensarci !) moltiplicazione e divisione sono una l'inverso dell'altra (v.**G4**)
- Moltiplicare tre volte per 4 è come moltiplicare per 64 (4^3 !) e, dividere per 8 e poi per 2 è come dividere per 16; ma allora moltiplicare per 64 e dividere per 16 è lo stesso che moltiplicare per 4, lo dimostra il fatto che alla fine si ottiene lo stesso risultato della prima operazione (v.**G3**)
- 2 è 2^1, 4 è 2^2 e 8 è 2^3 una sta dentro l'altra

In questo modo ci sarà la consapevolezza di aver scoperto delle scorciatoie di calcolo e la certezza di conoscere meglio le operazioni di divisione e moltiplicazione soprattutto quando vengono usate insieme.

Con questo *Numerando* ritorna in primo piano anche la questione dei numeri pari e dei numeri dispari e qualcuno ricorderà che, in presenza della divisione, un bersaglio dispari può essere centrato utilizzando tutte cifre pari. Come mai allora in questo caso non si riesce a centrare il bersaglio?

---

[1] Vale la pena riportare che, nell'esperienza in classe a cui ci stiamo riferendo, questa risposta è stata data da uno dei gruppi di livello più basso. Il fatto che l'insegnante l'abbia citata come la più appropriata è stato un motore significato per cambiare l'atteggiamento di tutti: sia dei "bassi" che hanno preso più coraggio nel proporre le proprie soluzioni, sia degli "alti" che non volevano sfigurare….

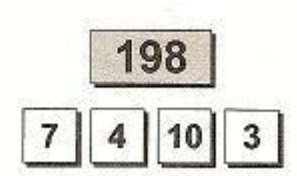
"Perché **:** e **x** si neutralizzano a vicenda; moltiplicando per un numero pari viene sempre un pari e, dividendo, con le cifre che abbiamo si può tutt"al più ottenere un numero che finisce per 1"

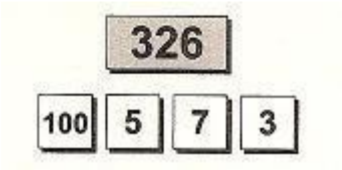
Scheda per il rafforzamento curricolare

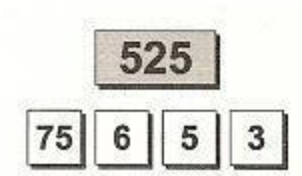
Altre attività di gioco possono costituire interessanti varianti da utilizzare per rafforzare il calcolo mentale e mettere in atto processi di controllo.
Entrambe le proposte che seguono sono tratte dal testo" 1001 giochi per tutti" citato in bibliografia.

Contiamo

Raggiungere il numero-obiettivo di tre cifre avendo a disposizione i numeri dati e le 4 operazioni; ogni numero può essere usato una volta sola.
Alcuni esempi:





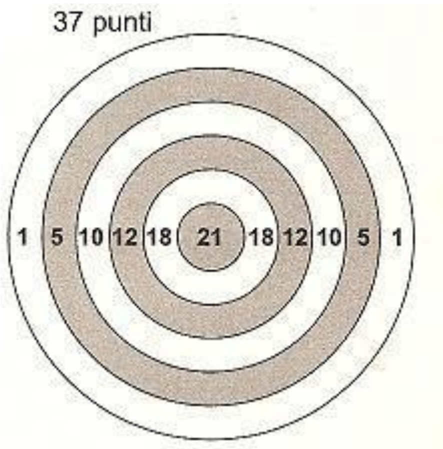


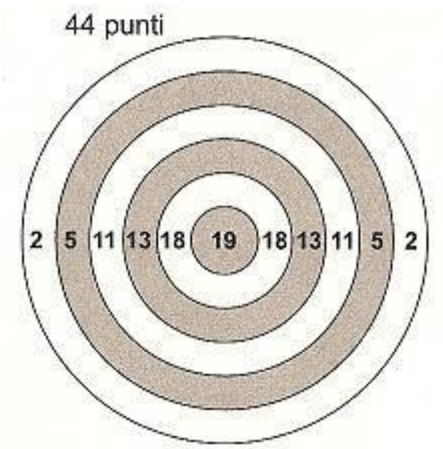
Soluzioni:
(7 x 10 – 4) x 3 = 198 (!00+7) x 3 + 5 = 326 (6 : 3+5) x 75 = 525

Si tratta di una variante del *Numerando* che può servire per far riflettere gli alunni sul fatto che cambiando le regole anche il gioco cambia, comportando un diverso livello di difficoltà. Quello che non cambia è la presenza di regole che i giocatori sono tenuti a rispettare e il necessario controllo della loro applicazione, aspetti tutt'altro che secondari nella didattica della matematica. La proposta può essere fonte di rassicurazione per alunni più deboli in quanto sappiamo che il bersaglio viene sicuramente raggiunto e i numeri dati devono essere usati una sola volta. In questo caso la strada da percorrere è breve e obbligata in quanto si tratta di comporre sempre tre operazioni tra cui la divisione è facilmente individuabile.
In questo caso la scrittura dell'espressione potrebbe entrare a far parte delle regole del gioco.

Il bersaglio

La seconda proposta di gioco ha sempre a che fare con un bersaglio, inteso però come oggetto che viene preso di mira. Si coglie quindi l'opportunità di far chiarezza sul termine "bersaglio" che solitamente non evoca un numero, ma un oggetto a cerchi concentrici colpito da proiettili o freccette. Nel nostro caso però viene comunque utilizzato per raggiungere obiettivi numerici e fare calcoli.
In ciascun bersaglio si tratta di indovinare in quali settori sono finite le tre freccette valide sapendo che il giocatore ha totalizzato esattamente il punteggio indicato. Il gioco presenta un livello di difficoltà più basso rispetto al precedente perché si devono fare solo due addizioni e l'obiettivo numerico è a due cifre, c'è però da prevedere numeri doppi o tripli e probabilmente all'inizio questa eventualità non sarà presa in considerazione da tutti gli alunni.





Soluzioni: 1-1818
e 13-13-18

Altri piacevoli giochi interattivi al computer, mirati al rafforzamento del calcolo mentale e scritto sono rintracciabili agli indirizzi web citati in sitografia. La loro implementazione sulla LIM è lasciata alla eventuale scelta dell'insegnante.

Si segnala una variante, individuata nella raccolta dei problemi del Rally Matematico Transalpino, del classico problema **"Quattro 4"** (dal libro "L'uomo che sapeva contare" di Malba Tahan; cfr. anche l'attività PQM "La calcolatrice").

Utilizzando per quattro volte il numero 4 e le quattro operazioni aritmetiche con eventualmente anche le parentesi si possono formare molti numeri naturali.
Quanti numeri naturali dispari potete formare in questo modo? Scrivete per ogni caso l'espressione che permette di ottenerli.

Soluzione:

Si possono formare sette numeri naturali dispari ovvero: 1, 3, 5, 7, 9, 15, 17

4 x 4 + 4:4 = 17
4 + 4 - 4:4 = 7
4 + 4 + 4:4 = 9
4 x 4 - 4:4 =15
4 - 4 + 4 : 4 =1
(4 x 4): (4 x 4) =1
(4 : 4) x (4 : 4) =1
(4 + 4) : (4 + 4) =1
(4 x 4 + 4) : 4 = 5
(4 x 4 – 4) : 4 = 3

Indicazioni per il docente

Spunti per attività di verifica

Si segnalano alcuni esempi di quesiti (di vari livelli di difficoltà) che possono essere proposti ad alunni che hanno fatto l'esperienza del *Numerando* e che permettono all'insegnante di verificare il grado di competenza raggiunto sugli argomenti collegati (in allegato si propongono le soluzioni).

1) Scrivi i numeri pari compresi tra 1000 e 1020.

2) La tabellina del 2 è formata solo da numeri pari. Sapresti indicare altre tabelline formate solo da numeri pari?

3) Se la somma di 3 numeri è dispari, come possono essere questi numeri?
Fai alcuni esempi.

4) Calcola la somma dei primi 5 numeri dispari e poi la somma dei primi 5 numeri pari, a partire dal 2. Le due somme sono uguali?
E' possibile prevedere la somma dei primi 7 numeri dispari e dei primi 7 numeri pari?

5) Supponendo che il primo termine della sottrazione sia maggiore del secondo, completa la seguente tabella

-	P	D
P		
D		

6) Dividendo un numero pari per un numero dispari, può risultare un numero naturale? Sarà pari o dispari? Fai degli esempi

7) Che cosa può succedere dividendo, invece, un numero dispari per un numero pari? Fai degli esempi

8) Utilizzando la proprietà distributiva, calcola il prodotto dei numeri seguenti per 11: 43 54 71 87 231
Esempio: 43 x 11 = 43 x (10 + 1) = 43 x 10 + 43 x 1 = 430 + 43 = 473

9) Nella seguente espressione, inserisci le parentesi, in modo da dare la precedenza alla sottrazione rispetto alle altre operazioni e, poi, calcola il risultato: 7 + 5 − 3 x 2 =

10) E' possibile accorciare le seguenti espressioni senza cambiarne il risultato?
a) 125 − 5 − 5 − 5 − 5 = b) 3 x 3 x 3 + 5 + 5 + 5 =
c) 24 x 5 − 4 x 5 = d) 304 : 8 x 2 : 2 =

11) Prova a spiegare come mai il seguente numerando proposto in una classe non è stato centrato da nessuno

BERSAGLIO 483 CIFRE 9, 7, 5 OPERAZIONI x **:**

Tuttavia, è molto importante che il docente utilizzi, in occasione di attività laboratoriali come queste, strumenti osservativi, i quali a loro volta possono fornire una base valutativa dell'allievo. Su proposte di questo genere è importante osservare (i punti non sono elencati in ordine di importanza):

- il tipo e la qualità della partecipazione alla discussione
- la correttezza e la coerenza dei calcoli
- la precisione di presentazione
- la capacità di individuare e proporre strategie
- l'uso appropriato del linguaggio per comunicare le proprie idee
- la capacità di dare spiegazioni (scritte o orali), soprattutto dal punto di vista del rendere la spiegazione comprensibile agli altri alunni
- la disponibilità ad un progressivo arricchimento del linguaggio, l'effettivo sforzo e il progresso in tale direzione

Le schede fornite agli studenti per proporre la loro soluzione possono fornire all'insegnante una base per l'osservazione, da arricchire con osservazioni personali sui precedenti punti.

Scheda Gruppo		
Data Classe	Nome Gruppo Alunni	

	1° manche	**2° manche**	**3° manche**	**4° manche**
Bersaglio				
Cifre				
Operazione				
Risoluzione 1° manche				
Risoluzione 2° manche				
Risoluzione 3° manche				
Risoluzione 4° manche				

Annotazioni:

COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica

Scheda Punteggi

DATA	NUMERANDO N°_____	Punteggio
Bersaglio		
Cifre		
Operazioni		
Gruppo 1		
Gruppo 2		
Gruppo 3		
Gruppo 4		
Gruppo 5		
Gruppo 6		

CORRETTORE PROVA DI VERIFICA

1) 1002; 1004; 1006; 1008; 1010; 1012; 1014; 1016; 1018.
2) La tabellina del 4; del 6; dell"8…tutte le tabelline di numeri pari.
3) Tutti e tre dispari, oppure due pari e uno dispari. Es: 1 + 1 + 1=3; 2 + 2 + 3 = 7
4) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25;   2 + 4 + 6 + 8 +10 = 30. Le due somme non sono uguali. Si prevede che la somma dei primi sette numeri dispari sia minore della somma dei primi sette numeri pari. Poiché 25 = 5^2 e 30 = 25 + 5, si ha che 7^2 = 49 e 49 + 7 = 56.
5)

-	P	D
P	P	D
D	D	P

6) Non sempre (es. 4 : 3 = 1, 33333). Sarà pari. Es.: 56 : 7 =8; 36 : 3 = 12.
7) Es.: 45 : 4 = 11.25; 39 : 2 = 19.5. Dividendo un numero dispari per un numero pari non ottengo un numero naturale.
8) 54 x 11 = 54 x (10 + 1) = 54 x 10 + 54 x 1 = 540 + 54 = 594
   71 x 11 = 71 x (10 + 1) = 71 x 10 + 71 x 1 = 710 + 71 = 781
   87 x 11 = 87 x (10 + 1) = 87 x 10 + 87 x 1 = 870 + 87 = 957
   231 x 11 = 231 x (10 + 1) = 231 x 10 + 231 x 1 = 2310 + 231 =2541

9) 7 + (5 – 3) x 2 = 7 + 2 x 2 = 11.

10) a) 125 – 5 x 4 =   b) 3^3 + 5 x 3 =
    c) 5 x (24 – 4) =   d) 304 : 8 =

11) Osservazioni:
   a. Dalla fattorizzazione di 483 si vede che è divisibile per 7
   b. Sappiamo che 9 x 7 = 63; quindi, la cifra 3 può essere ottenuta come unità
   c. Combinando le tre cifre non si raggiunge mai il bersaglio perché le due operazioni si "annullano" a vicenda