L’area dei rettangoli isoperimetrici

Livello scolare: 2° biennio.

Abilità Interessate	**Conoscenze**	**Nuclei coinvolti**	**Collegamenti esterni**
Avere familiarità con crescenza, decrescenza, positività, massimi e minimi di una funzione. Leggere in un grafico le proprietà di crescenza e decrescenza, l’esistenza di massimi e minimi. Rappresentare e risolvere problemi di secondo grado. Utilizzare metodi grafici e metodi di approssimazione per risolvere equazioni.	Equazioni e disequazioni di secondo grado. Esempi di funzioni e dei loro grafici.	<u>Relazioni e funzioni.</u> Spazio e figure Numeri e algoritmi Argomentare, congetturare, dimostrare Misurare Risolvere e porsi problemi	

Contesto
Figure geometriche.

Questa attività può essere proposta in una classe di un secondo biennio come primo esempio di problemi di secondo grado e di problemi di massimo o minimo. L’attività dovrebbe, al tempo stesso, giovarsi del contesto scolastico delle figure geometriche e contribuire a consolidare alcune conoscenze di geometria che gli studenti hanno già conseguito.

Descrizione dell’attività
L’attività richiede di considerare l’insieme dei rettangoli aventi lo stesso perimetro, di rappresentare con una tabella, graficamente e formalmente, la variazione della loro area e di determinare il massimo della funzione che rappresenta l’area. L’uso di un ambiente di geometria dinamica non è necessario, ma può essere opportuno per affiancare ai registri numerico (tabelle), grafico (grafici di funzioni) e formale (la formula che rappresenta la variazione dell’area in funzione di una opportuna variabile) anche un registro geometrico visivo (la variazione dei rettangoli in un ambiente di geometria dinamica). L’attività può essere svolta in un tempo relativamente breve se agli studenti viene già fornito il file nell’ambiente di geometria dinamica, mentre richiede più tempo se si vuole che gli studenti costruiscano, in quell’ambiente, un insieme di rettangoli isoperimetrici.

<u>Prima fase</u>
L’insegnante propone agli studenti il seguente problema:
Considerate l’insieme di tutti i rettangoli isoperimetrici. Scegliete una variabile rispetto alla quale la loro area varia (per esempio uno dei lati del rettangolo) e rappresentate la variazione dell’area individuando, sul grafico, il punto di area massima. Rappresentate, inoltre, in una tabella, alcuni valori assunti dall’area dei rettangoli al variare del lato considerato.

La Figura 1 illustra come si presenta la situazione in un ambiente di geometria dinamica. La lunghezza del segmento *AB* (6,01 nella Figura 1) rappresenta il semiperimetro dei rettangoli; il numero 12,01 rappresenta, invece, il perimetro. L’errore sull’ultima cifra dipende dalle approssimazioni effettuate sui numeri che esprimono la misura del semiperimetro e del perimetro.

I numeri 8,45 cm^2, 9,02 cm^2 e 6,37 cm^2 forniscono alcuni valori dell'area dei rettangoli, che si vede prima crescere (fino a che il rettangolo non si trasforma in un quadrato) e poi decrescere.

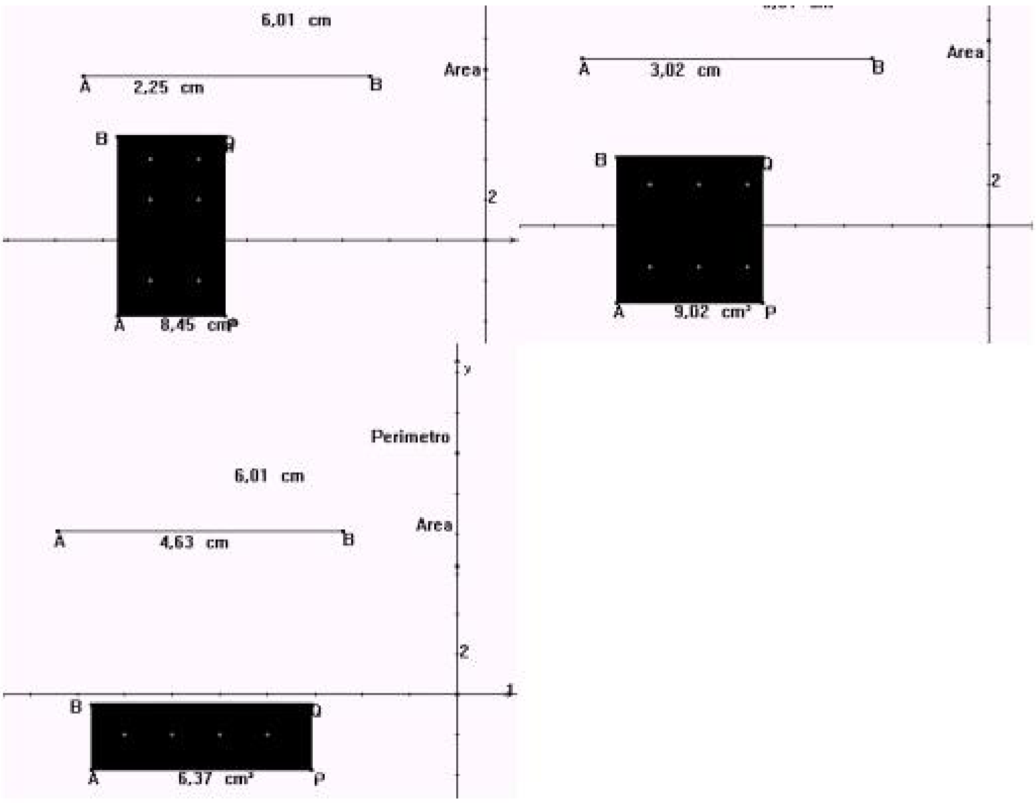

Figura 1

In tale ambiente, inserendo un sistema di assi cartesiani, è possibile rappresentare la variazione dell'area in funzione, per esempio, della misura del lato *AP*, come suggerisce la Figura 2 dove compare anche il grafico della funzione costante "perimetro".

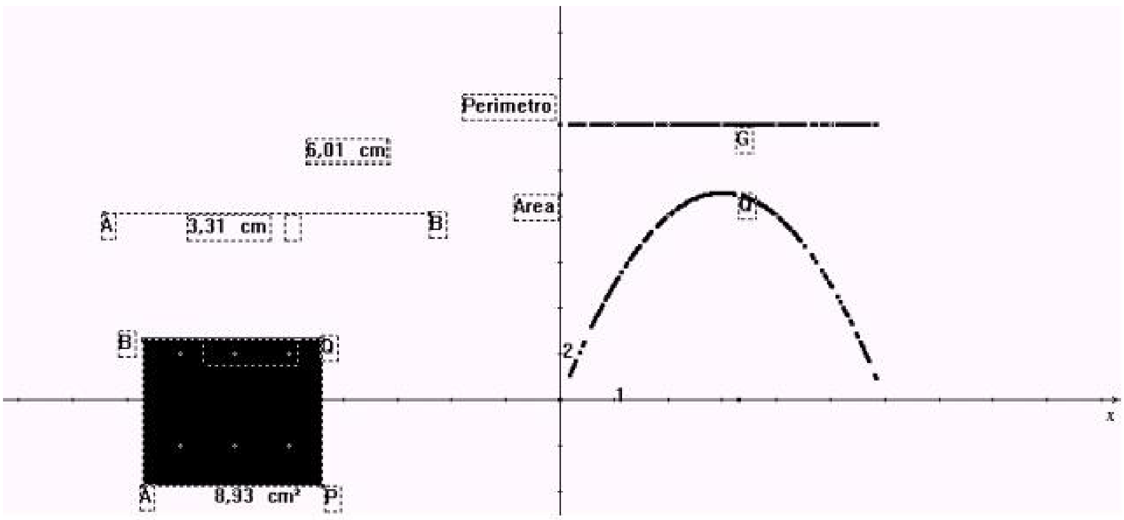

Figura 2

Seconda fase

L'insegnante invita gli studenti a formalizzare il problema indicando con x la misura del lato rispetto al quale varia l'area, a determinare l'area dei rettangoli in funzione di x e a calcolarne il massimo.

Gli studenti dovrebbero notare che, detta x la base e p il semiperimetro (che misura, nel caso rappresentato in figura, 6,01 cm), l'altezza vale $p - x$, per cui l'area è data da $(p - x)\, x$.
Si tratta di una parabola che ha il massimo per $x = p/2$, quando il rettangolo è un quadrato.

Possibili sviluppi:

- Problemi di massimo e minimo.
- Dimostrazioni sintetiche di alcune proprietà determinate per via analitica.

Elementi di prove di verifica

1. Triangoli

Si consideri l'insieme dei triangoli tali che la somma di un lato e dell'altezza a esso relativa misuri 3 cm. Dopo aver scritto un'equazione della funzione che esprime l'area di tali triangoli al variare della misura del lato, rappresenta il grafico di tale funzione su un piano cartesiano e determina il triangolo di area massima.