



Unione Europea
P.O.N. - 'Competenze per lo Sviluppo' (FSE)
D.G. Occupazione, Affari Sociali e pari Opportunità



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la Programmazione
D.G. per gli Affari Internazionali - Ufficio IV
Programmazione e gestione dei fondi strutturali europei
e nazionali per lo sviluppo e la coesione sociale



Dai dati ai grafici e... ritorno

**A cura di Paola Ranzani, Gianpaolo Baruzzo, Serenella
Bartolomei**

Introduzione	2
Riferimenti curriculari	2
Indicazioni curriculari	2
Prove Invalsi.....	3
Descrizione dell'attività	12
Prima fase - Classifichiamo e analizziamo informazioni espresse in forma verbale..	12
Seconda fase - Classifichiamo numeri che sono misure	15
Terza fase - Classificazioni di numeri che derivano da una enumerazione	18
Quarta fase - Cartogramma e suoi elementi	19
Quinta fase - Sintesi dell'attività condotta.....	20
Indicazioni metodologiche	21
Spunti per un approfondimento disciplinare.....	21
Prima situazione - I maggiori fiumi della terra	21
Seconda situazione - I matrimoni del 2003	23
Terza situazione - Ideogrammi.....	26
Elementi per prove di verifica.....	27
Bibliografia	31
Sitografia.....	31
Proposta di attività per il corsista	32

Introduzione

L'attività si inserisce in ambito statistico sia interdisciplinare che extra - scolastico. Coniuga la conoscenza delle diverse rappresentazioni grafiche usate per le distribuzioni statistiche con la capacità di saperle costruire e la competenza di saper scegliere quella più adatta a risolvere il problema da studiare. Si propongono situazioni problematiche che gli studenti possono incontrare nella loro quotidianità o ritrovare nel prosieguo dei loro studi e nella loro vita di adulti. Si intende mostrare come una rappresentazione grafica possa aiutare ad analizzare la problematica studiata, cogliendone aspetti interessanti legati, ad esempio, alla disposizione dei dati. Ciò è possibile perché la rappresentazione grafica permette di visualizzare l'andamento dei dati in modo più immediato rispetto ad una tabella e facilita i confronti fra situazioni diverse.

Si vuole far emergere che esistono diverse tipologie di rappresentazioni grafiche e che è necessario scegliere di volta in volta quella più idonea a rappresentare il problema oggetto di studio, in relazione al carattere studiato e all'informazione che si vuole estrarre dalla tabella da rappresentare.

L'attività è agevolata ed arricchita dalla conoscenza della distribuzione statistica semplice oltre che degli elementi di statistica di base: collettivo statistico, carattere, modalità, frequenza, assoluta e relativa.

Riferimenti curriculari

Indicazioni curriculari

Le attività M@t.abel hanno precisi obiettivi di apprendimento che rientrano tra quelli inseriti nelle Indicazioni Curricolari attualmente in vigore (D.M. 16 novembre 2012, n. 254) e nelle Prove INVALSI. All'inizio di ciascuna attività sono riportati, perciò, i relativi riferimenti presenti nelle Indicazioni Curricolari e alcuni quesiti delle Prove Invalsi che ripropongono la situazione stimolo dell'attività considerata. Una domanda Invalsi può aiutare a valutare se gli allievi hanno sviluppato, attraverso lo svolgimento dell'attività, la capacità di utilizzare la matematica per rispondere a domande in una situazione specifica. Le domande sono tratte tra quelle presenti nei vari livelli scolastici, in quanto le attività M@t.abel sono pensate in un'ottica di verticalità.

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

L'alunno:

- riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza;
- ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

Dati e previsioni

- Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative. Scegliere ed utilizzare valori medi (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione. Saper valutare la variabilità di un insieme di dati determinandone, ad esempio, il campo di variazione.

Prove Invalsi

a.s. 2012/2013 - Domanda D1

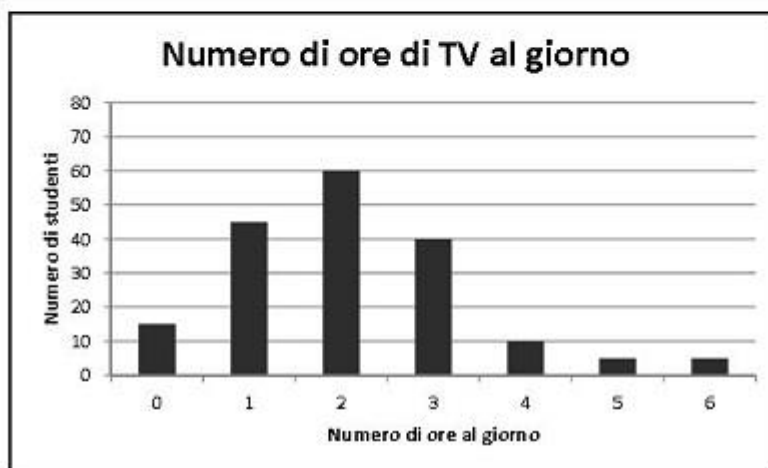
Scuola secondaria di I grado - Classe I

- D1. Eleonora ha condotto un'indagine sul numero di ore al giorno in cui gli studenti di I media della sua scuola guardano la TV. Ha riportato i dati nella seguente tabella:

Numero di ore al giorno	0	1	2	3	4	5	6
Numero di studenti	20	45	75	60	10	5	5

Successivamente, ha costruito con i dati della tabella il seguente grafico, ma ha commesso alcuni errori.

- a. Correggi tu il grafico, modificando le colonne che Eleonora ha sbagliato a disegnare.



D1_b:

Tipo di programma	Programmi per ragazzi	Intrattenimento	Tele giornali	Sport	Docum.	Film	Fiction
Numero di studenti	55	25	15	40	25	35	25

la tabella deve essere compilata in modo corretto in ogni sua parte. Non ha importanza l'ordine in cui vengono riportati i dati relativi a *Sport*, *Documentari* e *Fiction* purché sia rispettata la corrispondenza tra *Tipo di programma* e *Numero di studenti*.

D1_c: 1. Sì; 2. No.*Commento*

Per rispondere ai primi due item, lo studente deve leggere e interpretare tipologie diverse di grafici e passare dalla tabella al grafico e viceversa. Nell'**item a**, lo studente, in base alle informazioni ricavate dalla tabella, deve correggere il grafico, un diagramma a barre verticale (o ortogramma). In particolare, deve notare che, così come si legge nella tabella, le frequenze in corrispondenza delle modalità 0, 2 e 3 (numero di ore in cui gli studenti di I media della sua scuola guardano la TV) sono rispettivamente 20, 75 e 60, e non 15 (all'incirca), 60, e 40, così come rappresentate nel grafico. Deve, quindi, modificare le altezze delle colonne in corrispondenza dei valori 0, 2 e 3 e lasciare invariate le altezze delle altre colonne. Per quanto riguarda la colonna 2, è accettabile un'altezza che arriva all'incirca a metà altezza tra 70 e 80. Il grafico corretto, quindi, è quello indicato in soluzione.

Nell'**item b**, lo studente, in base alle informazioni ricavate dall'ideogramma, deve costruire la distribuzione delle frequenze dei programmi TV preferiti dagli studenti di I media della scuola di Eleonora. Per completare in modo corretto e in ogni sua parte la tabella data, considerato che come indicato nella legenda dell'ideogramma ogni icona TV corrisponde a 5 bambini, lo studente deve individuare, per ciascuno dei diversi tipi di programma preferito (modalità), la frequenza, cioè il numero di studenti che preferiscono quel tipo di programma. In particolare, deve individuare che 55 studenti preferiscono i "Programmi per ragazzi", 25 i "Intrattenimento", 15 i "Telegiornali", 40 lo "Sport", 25 i "Documentari", 35 i "Film" e 25 le "Fiction". A questo punto, indipendentemente dall'ordine in cui riporta i dati relativi a Sport, Documentari e Fiction, ma rispettando la corrispondenza tra Tipo di programma e Numero di studenti, può completare la tabella e ottenere, ad esempio, la tabella riportata nella soluzione.

Nell'**item c**, lo studente deve riconoscere che, così come per i grafici, la scelta del valore di tendenza centrale che sintetizza l'andamento del fenomeno studiato dipende dal tipo di carattere. In particolare, deve riconoscere che la media aritmetica si può calcolare solo per caratteri quantitativi, cioè per caratteri le cui modalità sono numeriche, e non per caratteri qualitativi, le cui modalità sono attributi. Pertanto, è

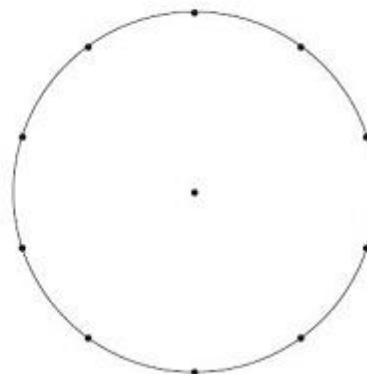
possibile calcolare la media aritmetica del numero di ore al giorno in cui gli studenti guardano la TV, ma non la media aritmetica dei programmi preferiti dagli studenti.

a.s. 2012/2013 - Domanda D9

Scuola secondaria di I grado - Classe III

D9. Utilizza il cerchio qui sotto per rappresentare con un areogramma la percentuale di produzione del reddito per i diversi settori economici scritti in tabella. Per ciascun settore rappresentato, scrivi il nome corrispondente.

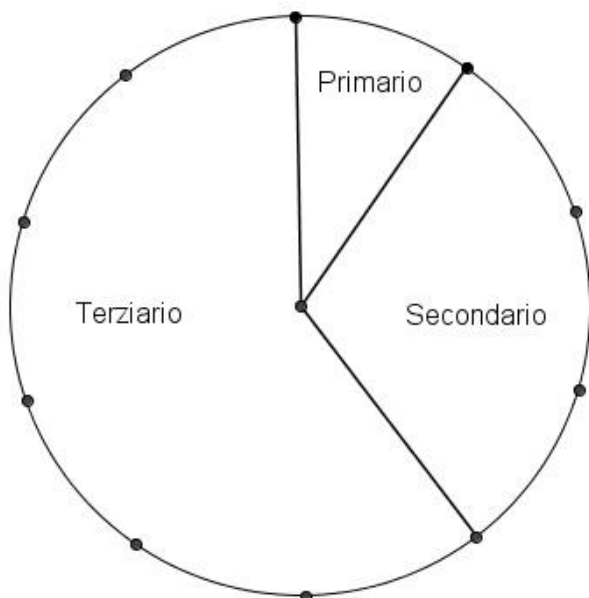
Settore economico	Percentuale (%)
Primario	10
Secondario	30
Terziario	60



Soluzione INVALSI

I tre settori sono correttamente individuati e sono presenti i nomi oppure 1°, 2°, 3° oppure I, II, III.

Esempio:



Non accettabile:

- I nomi non sono presenti.
- Al posto dei nomi c'è il valore della %.
- L'ampiezza dei settori non è corretta.

Commento

Per rispondere alla domanda, lo studente deve ricavare informazioni dalla tabella e completare l'aerogramma (grafico a settori circolari variabili) relativo alla percentuale di produzione del reddito per i tre diversi settori economici.

Innanzitutto deve notare che la circonferenza da utilizzare è già suddivisa in 10 archi e che tracciando i raggi si ottengono dieci settori, ognuno dei quali corrisponde al 10% della produzione di reddito.

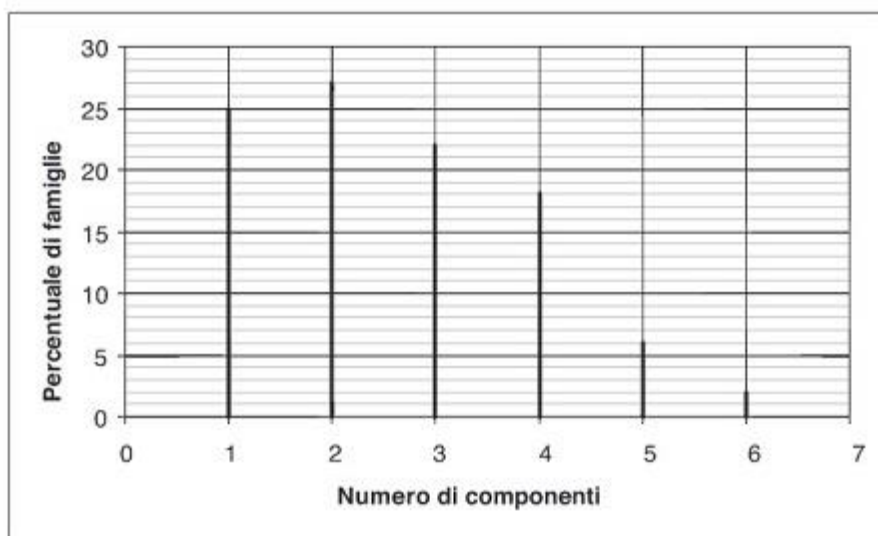
Poi, dopo aver letto i dati della tabella, lo studente deve riportare nel grafico i nomi dei tre settori (tre opzioni di denominazione come indicato nella soluzione) e individuare, nella circonferenza data, la loro corretta ampiezza.

Inoltre, se lo ritiene opportuno, può anche utilizzare differenti colori per rappresentare i tre settori.

a.s. 2010/2011 - Domanda D1

Scuola secondaria di I grado - Classe III

D1 Osserva il grafico seguente che rappresenta la distribuzione percentuale di famiglie per numero di componenti, in base al censimento 2001



a Qual è la percentuale di famiglie con 2 componenti?

Risposta: %

b Completa la frase seguente:

Il 6% delle famiglie ha componenti

Soluzione INVALSI

D1_a: 27 o ventisette

D1_b: 5 o cinque.

Commento

Lo studente deve osservare il grafico, il diagramma ad aste relativo alla distribuzione percentuale delle famiglie per numero di componenti, costruito in base ai dati del Censimento del 2001, e ricavare da esso le informazioni necessarie per rispondere ai due item.

Dopo aver osservato che sull'asse delle ascisse è rappresentato il numero di componenti per famiglia e su quello delle ordinate la percentuale di famiglie, aver compreso che l'estremo superiore di ogni segmento rappresenta l'ordinata di una coppia ordinata (x;y) che associa al numero dei componenti x la corrispondente percentuale y di famiglie, deve leggere il grafico e individuare la coordinata mancante del punto.

In particolare, nell'**item a**, per individuare la percentuale delle famiglie con due componenti, deve leggere sull'asse delle ascisse, in corrispondenza del valore 2 (numero di componenti per famiglia), il corrispondente valore 27 sull'asse delle ordinate.

Nell'**item b**, invece, in corrispondenza del 6%, cioè il valore sull'ordinata della percentuale di famiglie, deve leggere il corrispondente valore 5 sull'asse delle ascisse e individuare, così, il numero di componenti per famiglia richiesto.

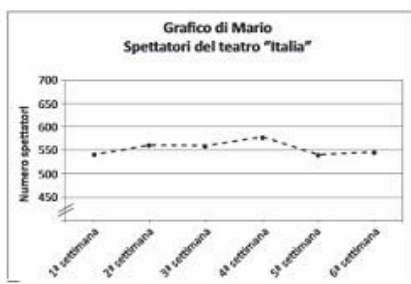
a.s. 2011/2012 - Domanda D2

Scuola secondaria di I grado - Classe I

D2. Nella seguente tabella è riportato il numero degli spettatori del teatro "Italia" durante un periodo di 6 settimane.

Settimana	Spettatori
1ª Settimana	540
2ª Settimana	560
3ª Settimana	558
4ª Settimana	576
5ª Settimana	540
6ª Settimana	545

Per rappresentare questi dati Mario e Giovanni hanno costruito i due grafici seguenti.



a. Quale di queste affermazioni è corretta?

- A. Solo il grafico di Mario rappresenta correttamente i dati
- B. Solo il grafico di Giovanni rappresenta correttamente i dati
- C. Tutti e due i grafici rappresentano correttamente i dati
- D. Nessuno dei due grafici rappresenta correttamente i dati

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Soluzione INVALSI

D2_a: C. Tutti e due i grafici rappresentano correttamente i dati.

D2_b: Nella risposta deve essere esplicitata la differente modalità di rappresentazione dei dati.

Esempi di risposte corrette:

- I grafici sono entrambi corretti, hanno solo una rappresentazione diversa hanno unità di misura differenti/ hanno scale diverse.
- Perché in entrambi i grafici il numero di spettatori è corretto per ogni settimana.
- I due grafici sono corretti perché rappresentano entrambi l'andamento degli spettatori.
- Il grafico di Mario va di 50 in 50, mentre quello di Giovanni va di 5 in 5.

Esempi di risposte non corrette:

Tutti e due i grafici sono corretti (troppo generica).

Commento

Per rispondere ai due item, lo studente deve leggere e confrontare le informazioni ricavate dalla tabella e dai grafici.

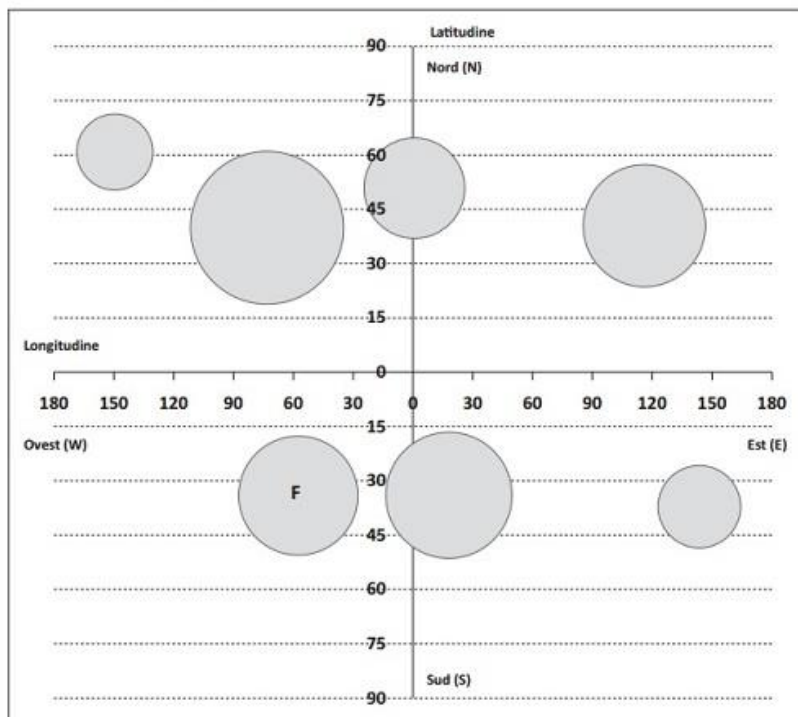
In particolare, deve notare che, per rappresentare graficamente il numero degli spettatori del teatro "Italia" durante un periodo di sei settimane, Mario e Giovanni hanno scelto lo stesso tipo di grafico ma diverse scale di misure e che, proprio poiché l'unità di misura scelta per rappresentare il numero di spettatori è differente, sebbene tutti e due i grafici rappresentino correttamente i dati, si presentano con aspetti diversi.

a.s. 2013/2014 - Domanda D13
Scuola secondaria di I grado - Classe III

D13. Nella seguente tabella sono riportate le longitudini e le latitudini di alcune città del mondo.

Città	Longitudine	Latitudine
New York	74W	40N
Buenos Aires	58W	34S
Sydney	144E	37S
Pechino	116E	40N
Londra	0	51N
Città del Capo	18E	34S
Anchorage	150W	61N

Le piovosità medie nel mese di giugno delle città elencate in tabella sono rappresentate nel grafico da cerchi con centro in corrispondenza delle coordinate della città. L'area dei cerchi è proporzionale ai millimetri di pioggia caduti. Sull'asse orizzontale è riportata la longitudine, sull'asse verticale la latitudine.

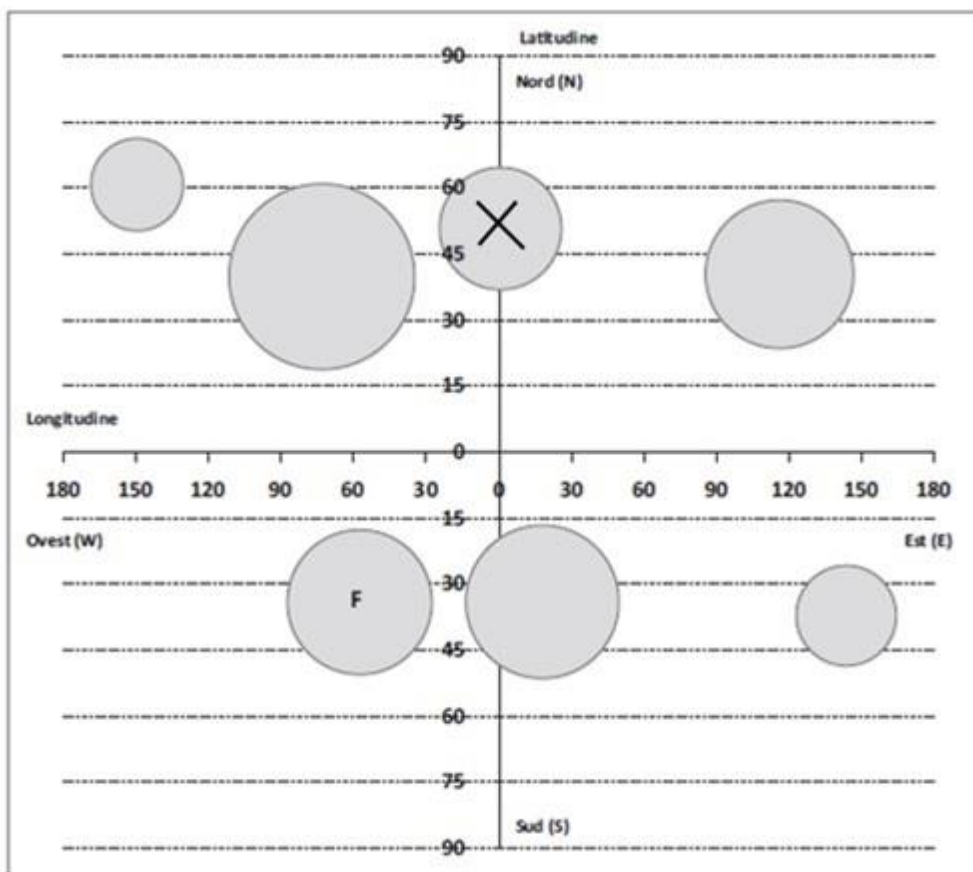


- Indica con una crocetta il cerchio che corrisponde alla città di Londra.
- A quale città corrisponde il cerchio contrassegnato con la lettera F?

Risposta:

- In quale dei seguenti elenchi le città sono ordinate dalla più piovosa alla meno piovosa?
 - Pechino – New York – Sydney
 - New York – Pechino – Sydney
 - Sydney – New York – Pechino
 - Sydney – Pechino – New York

Soluzione INVALSI
D13_a:



D13_b: Buenos Aires

D13_c: Sydney - New York – Pechino

Commento

Lo studente deve leggere e interpretare il grafico cartesiano le cui coordinate hanno un significato geografico e coordinare le informazioni ricavate con quelle della lettura della tabella.

In particolare, per rispondere all'**item a**, dopo aver individuato nella tabella la longitudine (0) e la latitudine (51N) relative alla città di Londra, deve segnare nel grafico che rappresenta la piovosità media nel mese di giugno delle città elencate nella tabella, la corrispondente posizione della città.

Per rispondere all'**item b**, lo studente deve individuare che il cerchio contrassegnato nel grafico con la lettera F corrisponde nella tabella alla città di Buenos Aires (longitudine 58W; latitudine 34S).

Per rispondere all'**item c**, deve leggere nella tabella le longitudini e latitudini delle tre città indicate, individuarle sul grafico cartesiano e ordinarle dalla più piovosa alla meno piovosa in base alla grandezza dei cerchi che, essendo proporzionali ai millimetri di pioggia caduti, rappresentano la piovosità di queste città.

Descrizione dell'attività

Si sottopongono agli studenti situazioni problematiche reali per le quali è utile individuare una rappresentazione per cogliere informazioni sulla distribuzione al fine di conoscere un fenomeno, effettuare una scelta, prendere una decisione. L'attività sarà svolta dagli studenti con la guida dell'insegnante ed in collaborazione con i compagni.

Prima fase - Classifichiamo e analizziamo informazioni espresse in forma verbale

In collaborazione con l'insegnante di geografia, il docente potrebbe presentare alla classe alcune tabelle e/o rappresentazioni grafiche che si possono trovare nei testi scolastici. Un esempio è fornito dalla tabella seguente e dai rispettivi grafici che riguardano la struttura della popolazione.

Occupati per settore di attività

Liguria: anno 2003. Dati assoluti

Settore di attività	Occupati
Agricoltura	22.000
Industria	137.000
Terziario	464.000

La lettura della tabella non dovrebbe comportare alcuna difficoltà con gli alunni se il docente ha già avuto modo di introdurre gli elementi di base di statistica descrittiva: raccolta dei dati, tipologia di caratteri e loro modalità, costruzioni di semplici tabelle.

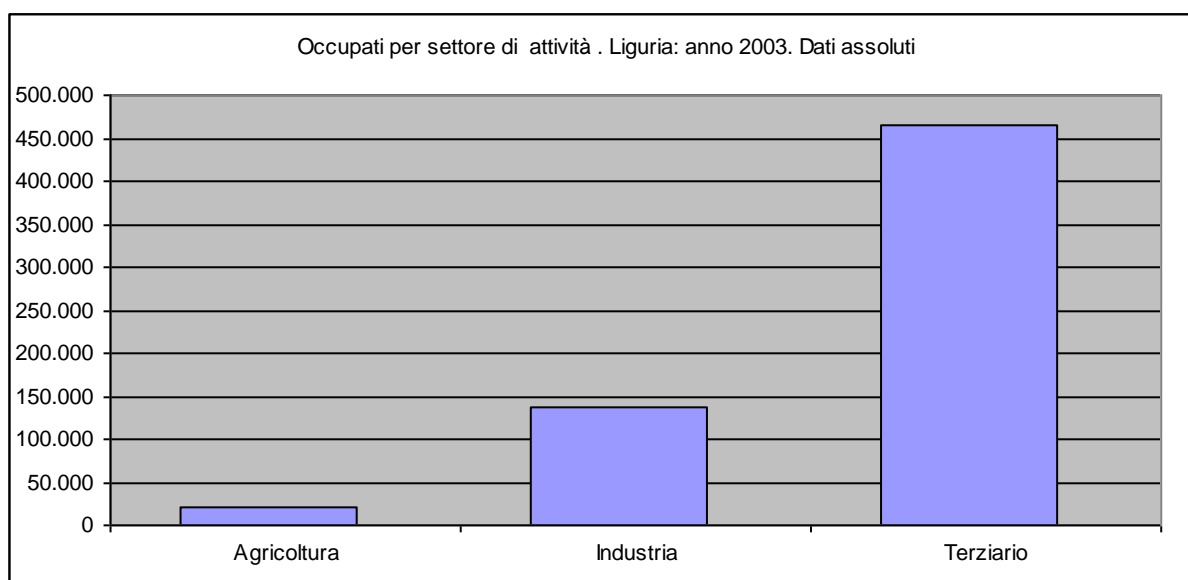
Vedere anche i materiali di supporto all'attività "Come ci alimentiamo?" (<https://repository.indire.it/repository/working/export/477/5333.htm>)

L'insegnante fa notare agli alunni che nel titolo della tabella sono contenute alcune informazioni: l'unità statistica, il carattere osservato e l'epoca di rilevazione.

A tale fine chiede agli allievi: per ottenere la tabella, quale informazione è stata chiesta? A chi? Dove? Quando? Dopo una breve discussione, l'insegnante guida gli allievi a comprendere che la domanda posta è: "In quale settore sei occupato?" Il settore di attività è il carattere, che può assumere tre modalità: agricoltura, industria, terziario. Le persone intervistate sono gli occupati della Liguria e ciascun occupato è una unità statistica. Il riferimento temporale è il 2003.

L'insegnante chiede: "Qual è il settore con il maggior numero di occupati? Qual è la percentuale degli occupati nel terziario?"

Al fine di rispondere alla prima domanda, l'insegnante presenta la seguente rappresentazione grafica:



e chiede se la visione del grafico facilita le risposte.

Dalla discussione dovrebbe emergere che il grafico a colonne agevola la prima delle risposte perché il confronto non viene più effettuato tra i dati numerici della tabella ma tra le altezze delle colonne, quindi per individuare il settore con il maggior numero di occupati basta leggere l'etichetta della colonna più alta. Il docente invita gli studenti a spiegare a parole come si costruisce un grafico a colonne e li guida ad evidenziare che il segmento orizzontale è solo un asse di appoggio (non è dunque un asse), che le altezze delle colonne, tutte di ugual base arbitraria, sono proporzionali alle frequenze osservate e che queste vengono indicate sulla scala graduata verticale. La distanza tra le colonne è costante e scelta in modo arbitrario, il numero delle colonne è uguale al numero delle modalità del carattere osservato.

Per quanto riguarda la risposta alla seconda domanda, non è possibile leggere la percentuale delle persone occupate nel terziario né dalla tabella né dal grafico. È opportuno, pertanto, che l'insegnante guidi la discussione verso la risoluzione del problema; occorre calcolare il rapporto tra il numero delle persone occupate nel terziario e il totale degli occupati e moltiplicarlo per cento.

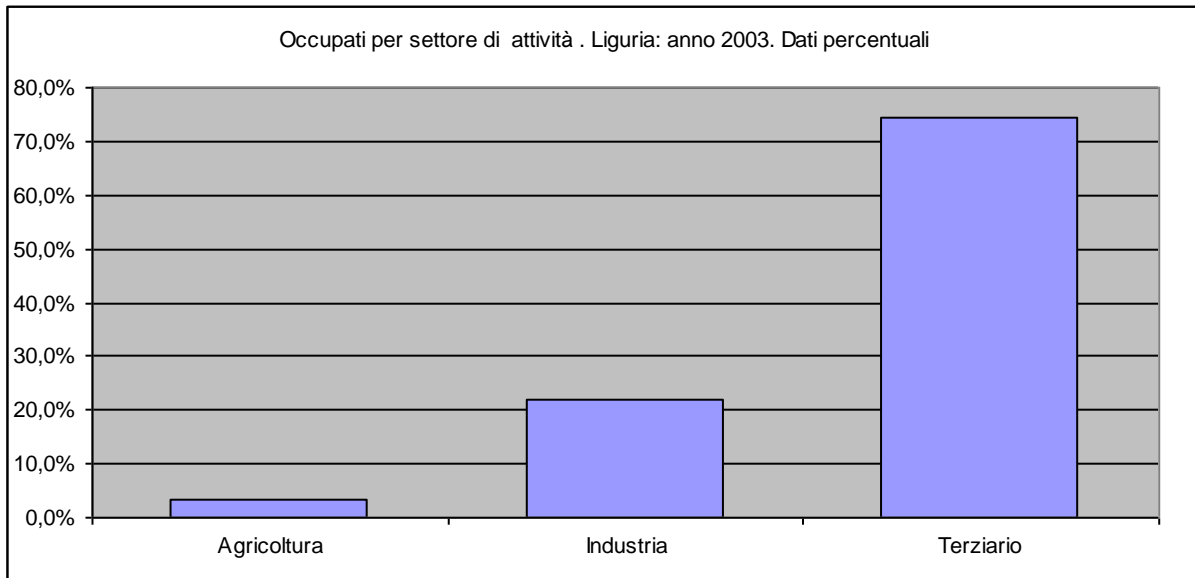
Gli studenti, guidati dall'insegnante, costruiscono la successiva tabella che riporta la frequenza relativa e percentuale per ogni settore di attività.

Occupati per settore di attività.
Liguria: anno 2003.

Settore di attività	Occupati	Frequenza relativa	Percentuale
Agricoltura	22.000	0,035	3,5%
Industria	137.000	0,220	22,0%
Terziario	464.000	0,745	74,5%
Totale	623.000	1,000	100,0%

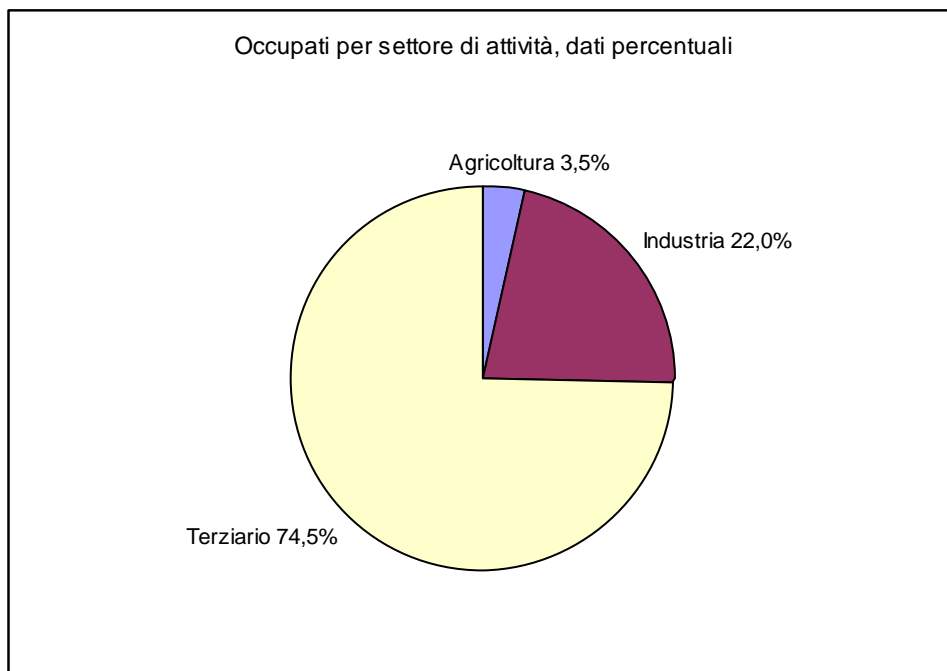
Quale rappresentazione grafica può essere utile per evidenziare la quota percentuale della popolazione attiva per settore? Ancora il grafico a colonne? Il docente fa

costruire il nuovo grafico a colonne e chiede agli alunni quale nuova informazione si può ottenere da esso.



Dalla discussione dovrebbe emergere che non c'è nulla di nuovo se non una diversa lettura dell'altezza delle colonne.

Il docente presenta il seguente grafico da cui trarre spunto per la discussione successiva.



Osservando il grafico, senza conoscere i dati iniziali, è possibile stabilire il numero delle persone occupate nel terziario? L'insegnante guida gli allievi a comprendere che, anche se in questo grafico si evidenzia la partizione della popolazione rispetto ai singoli settori in cui è suddivisa, il grafico non contiene informazioni sufficienti per rispondere alla domanda posta.

A questo punto il docente spiega il modo in cui si costruisce il grafico a settori circolari, evidenziando che l'area del cerchio rappresenta la totalità degli occupati e

che le diverse parti del cerchio (settori circolari) rappresentano le quote percentuali degli occupati nei diversi settori di attività.

Per calcolare le dimensioni di una sezione, si imposta la proporzione:

$$\text{totale occupati} \div 360^\circ = \text{occupati in un settore} \div x$$

sicché il settore circolare cercato è:

$$x = \frac{\text{occupati in un settore}}{\text{totale occupati}} \times 360 = \text{gradi del settore}$$

Nota per l'insegnante: questo è un utile esercizio di consolidamento, sui settori circolari e sulle proporzioni. Se si vuole sviluppare questa unità prima che sia stato studiato il cerchio, si può, ad esempio, fornire agli studenti un cerchio diviso in dieci settori uguali, e chiedere loro di costruire un grafico simile a quello proposto, utilizzando lo stesso colore per un opportuno numero di settori contigui.

Seconda fase - Classifichiamo numeri che sono misure

Supponiamo che in una classe maschile gli studenti abbiano le seguenti stature espresse in cm (**Tecnicamente** si tratta di una distribuzione unitaria delle stature, poiché si conosce la statura di ciascuno studente):

NOTA PER L'INSEGNANTE: la rilevazione delle stature potrebbe essere fatta sugli studenti della classe, elaborando però separato il collettivo dei maschi dal collettivo delle femmine.

Studente	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	Z
Statura in cm.	155	167	158	166	170	172	160	165	160	156	172	166	155	156	170	166	165	170	168	168	170

Per rappresentare graficamente i dati, l'insegnante guida gli studenti nella costruzione del grafico ramo - foglia (proposto da J.W. Tukey nel 1977). Tale grafico, adatto per caratteri quantitativi in collettivi poco numerosi, rappresenta i numeri tenendo conto del valore posizionale delle cifre nel sistema decimale. Ad esempio, se si considera che 155 cm (la statura di A) è formato da 15 dm e 5 cm e che 156 cm (la statura di P) è anch'essa formata da 15 dm e 6 cm, si possono disporre queste due unità statistiche mettendo in evidenza la loro parte comune, 15 dm, e separando le due unità: 5 e 6.

L'insegnante suggerisce agli allievi di ordinare, i dati secondo valori crescenti della statura:

Studente		A	O	L	P	C	G	I	H	S	D	N	R	B	U	V	E	Q	T	Z	F	M
Statura in cm.		155	155	156	156	158	160	160	165	165	166	166	166	167	168	168	170	170	170	170	172	172

Poiché le stature sono comprese nell'intervallo da 155 cm e 172 cm, l'insegnante suggerisce di classificare i dati raccolti in tre intervalli, ad esempio: 150 - 159, 160 - 169, 170 - 179, precisando che gli estremi degli intervalli appartengono ai singoli intervalli.

L'insegnante propone di utilizzare un cartellone, di dividerlo in due parti con un segmento verticale e di riportare a sinistra i dm relativi a ciascun intervallo, ossia 15, 16, 17. Ognuno di questi numeri è detto "ramo". A destra di ciascun ramo vengono

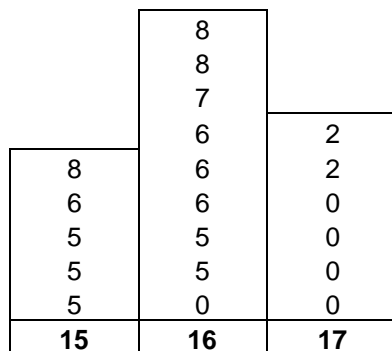
disposte le foglie, ossia i cm di quelle stature che hanno come rami i dm indicati. Ad esempio, una statura pari a 165 cm verrà scritta sulla riga individuata dal "ramo" 16, mentre il valore 5 si troverà nella stessa riga fra le foglie. Alla fine dello spoglio, su ogni ramo ci sono tante foglie quanti sono gli studenti le cui stature hanno lo stesso numero di dm (ramo). L'insegnante guida gli studenti a costruire il grafico.

La statura di 155 cm viene rappresentata con la foglia 5 sul ramo 15, la successiva foglia dello stesso ramo rappresenta la statura 155 cm del secondo studente e così via. Gli studenti arriveranno a costruire il grafico seguente:

ramo dm	foglia cm
15	5 5 6 6 8
16	0 0 5 5 6 6 6 7 8 8
17	0 0 0 0 2 2

L'insegnante chiede: Quanti sono i rami? Qual è il ramo con più foglie? Ci sono studenti alti 154 cm? E studenti alti 166 cm? Quanti sono? Qual è la statura più bassa? E la più alta? Quali e quante stature sono inserite sul ramo 16? Qual è la statura che si è osservata di più? In quale intervallo si sono osservate più stature?

Dopo la discussione, l'insegnante ruota il cartellone di 90°



Quali osservazioni si possono fare? A cosa assomiglia?

Dalla discussione dovrebbe emergere che la rappresentazione è simile ad un diagramma a colonne dove nel rettangolo corrispondente a ciascun ramo sono inseriti i dati unitari rilevati. L'insegnante fa notare come in tale rappresentazione, a differenza del diagramma a colonne, siano mantenute tutte le informazioni dei dati unitari e chiede: "a quali intervalli di statura corrispondono i rami 15, 16, 17?" "Quanti studenti hanno la statura nell'intervallo 150-159?" "Quanti nell'intervallo 160-169?"

L'insegnante infine chiede: "Siete in grado di costruire la distribuzione di frequenza della statura raggruppando i dati nei tre intervalli 150 -159, 160 -169, 170 -179?" A questo punto la risposta è immediata: è sufficiente contare le "foglie" di ogni "ramo".

Studenti per classe di statura

Classe di statura cm	Numero studenti
150-159	5
160-169	9
170-179	6
Totale	20

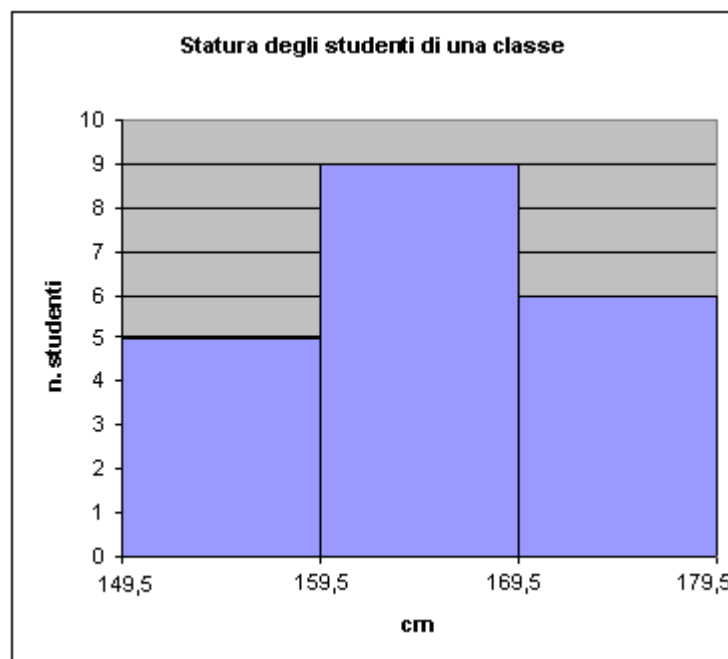
È immediato allora individuare il numero di studenti con statura compresa in ciascun intervallo (frequenza assoluta), ma non si può più risalire alle singole stature.

L'insegnante può utilizzare questa distribuzione per far riflettere gli studenti sul fatto che le misure sono sempre approssimate, sicché ad esempio uno studente difficilmente è alto esattamente cm 155, mentre è molto più verosimile che sia alto fra cm 154,5 e 155,5. D'altronde la statura è un carattere quantitativo continuo, mentre le classi che si sono costruite nascondono questo aspetto. L'insegnante propone allora di costruire la distribuzione, in modo da tener conto della continuità della statura:

Studenti per classe di statura

Classe di statura cm	Numero studenti
149,5-159,5	5
159,5-169,5	9
169,5-179,5	6
Totale	20

Qual è la rappresentazione grafica adatta per questa distribuzione? L'insegnante guida gli studenti ad utilizzare un istogramma a basi uguali. Tale rappresentazione utilizza il piano cartesiano: le classi tutte uguali sono segmenti sull'asse delle ascisse, mentre in corrispondenza a ciascun intervallo viene costruito un rettangolo la cui altezza (ordinata) è proporzionale alle frequenze.



L'insegnante fa notare che il diagramma ramo - foglia è un modo di passare da una distribuzione unitaria ad una distribuzione in che mantiene le informazioni inizialmente raccolte che lo spoglio nasconde. La finalità dello spoglio è infatti quella di classificare le unità a seconda della classe (intervallo) alla quale esse appartengono al solo fine di contare quante unità ci sono in ogni classe.

Come sintesi finale l'insegnante segnala che i punti importanti nella costruzione della rappresentazione ramo - foglia sono:

- a) i rami identificano intervalli numerici di ampiezza costante, formati a partire dalle cifre più significative del numero che esprime le modalità;
- b) le foglie, in corrispondenza biunivoca con i dati, forniscono le cifre meno significative dei dati (a meno di troncamenti, quando il numero di cifre è elevato);
- c) il numero di foglie su ogni ramo è uguale alla frequenza assoluta del corrispondente intervallo.

Terza fase - Classificazioni di numeri che derivano da una enumerazione

L'insegnante mostra in classe una tabella tratta da una pubblicazione ISTAT contenente i dati sui censimenti della popolazione (l'Italia in cifre - edizione 2004). In particolare, presenta la seguente tabella che riporta la percentuale delle famiglie italiane per numero di componenti al censimento 2001:

Famiglie per numero di componenti Censimento del 2001	
Numero componenti	% famiglie
1	24,9
2	27
3	21,6
4	19
5	5,8
6 e più	1,7

Fonte ISTAT

L'insegnante invita gli studenti a costruire il grafico che rappresenta la distribuzione e chiede loro come intendono rappresentare ciascuna coppia ordinata che associa al numero dei componenti il corrispondente numero di famiglie. Se gli studenti conoscono già il piano cartesiano, dovrebbero riconoscere che ogni coppia ordinata di numeri si può rappresentare con un punto. L'insegnante chiede allora come intendono rappresentare l'ultima riga, visto che la modalità "6 e più" non è un numero, ma un intervallo. Dopo aver lasciato gli studenti dibattere la questione in classe, l'insegnante fa osservare loro che, in questo caso, la soluzione più semplice è in questo caso quella di convenire di sostituire a "6 e più" il valore 6.

L'insegnante invita la classe a fare il relativo grafico con gli usuali strumenti da disegno.

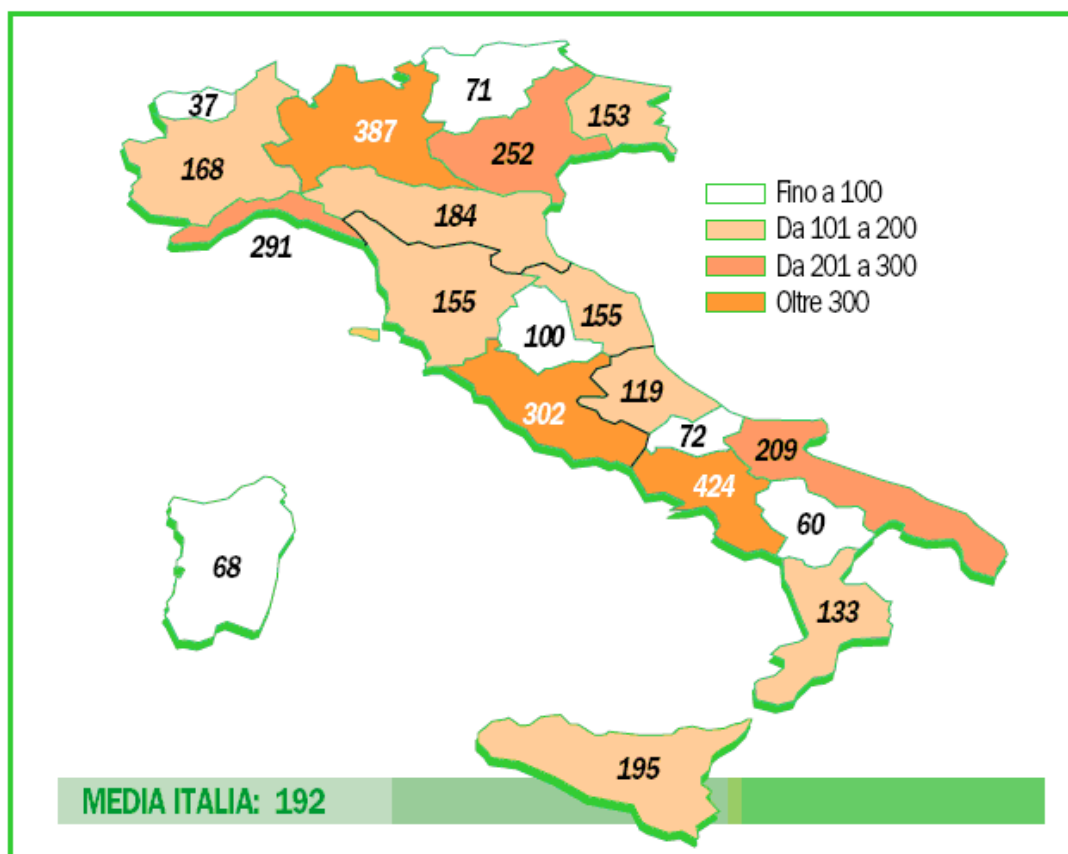
Quarta fase - Cartogramma e suoi elementi

L'insegnante presenta alla classe la seguente rappresentazione grafica e propone un lavoro di gruppo in cui gli studenti sono invitati a confrontarsi su dove hanno avuto l'occasione di trovare rappresentazioni simili, se i dati del grafico sono facilmente comprensibili e quali informazioni sono importanti per la correttezza del grafico. Tutto ciò al fine di interpretare quello che il grafico rappresenta.

Fonte "L'Italia in cifre – edizione 2004" ISTAT.

DENSITA' DELLA POPOLAZIONE RESIDENTE

1 gennaio 2004, abitanti per chilometro quadrato



Dalla discussione emergerà che questo tipo di grafico è molto utilizzato in geografia e in storia per visualizzare distribuzioni statistiche associate al territorio. L'insegnante preciserà che il grafico è un Cartogramma. Questo è il nome dato ad una rappresentazione grafica che utilizza le cartine geografiche, sulle quali vengono usati colori graduati oppure segni (punti, linee, diagrammi, cerchi, figure...) per rappresentare i dati. Le tinte diventano più intense man mano che le frequenze o le intensità da rappresentare aumentano.

Il Cartogramma presenta il vantaggio di un impatto visivo gradevole, ma anche lo svantaggio della poca precisione e, a volte, di una certa complessità nell'interpretazione dei dati.

Nell'interpretazione del grafico risulta fondamentale il titolo dove è evidenziata la caratteristica studiata, l'epoca di rilevazione e il riferimento geografico. In questo

caso, esso indica che si sta analizzando la densità della popolazione italiana residente al 1 gennaio 1994 distribuita per regione e per chilometro quadrato. La fonte: il grafico è tratto dall'annuario statistico italiano, che è una delle pubblicazioni dell'ISTAT.

È presente la legenda: che riguarda la classificazione della densità di popolazione e il relativo colore (sfondo).

Risulta subito evidente quali sono le regioni con più alta (e più bassa) densità di popolazione.

Quinta fase - Sintesi dell'attività condotta

Come sintesi dell'attività condotta, avendo opportunamente evidenziato nel corso delle attività come la scelta del grafico dipende dal tipo di carattere studiato, si potrebbe chiedere agli studenti di preparare un tabellone in cui catalogare la tipologia di caratteri studiati e dei grafici che possono rappresentarli in modo appropriato.

Ad esempio:

<i>Tipologia di dati</i>	<i>Tipo di grafico</i>	<i>Esempio di distribuzione</i>
<i>Distribuzione secondo un carattere qualitativo (con poche modalità)</i>	<i>Diagramma a settori circolari (anche detto erroneamente diagramma a torta)</i>	
<i>Distribuzione secondo un carattere qualitativo (con molte modalità)</i>	<i>Diagramma a colonne o a nastri</i>	
<i>Distribuzione secondo un carattere quantitativo discreto</i>	<i>Diagramma cartesiano per punti o diagramma ad aste</i>	
<i>Serie storica</i>	<i>Diagramma cartesiano</i>	
<i>Distribuzione secondo un carattere quantitativo (con poche modalità)</i>	<i>Diagramma ramo - foglia</i>	
<i>Distribuzione secondo un carattere quantitativo continuo, espresso in classi di uguale ampiezza</i>	<i>Istogramma di frequenze a basi uguali</i>	
<i>Serie territoriale</i>	<i>Cartogramma</i>	

La costruzione di questa tabella è di fondamentale importanza per il passaggio dal problema reale alla sua modellizzazione.

L'insegnante sistematizza le conoscenze acquisite dagli studenti, passando, ove possibile, dal problema concreto alla sua modellizzazione, ribadendo la scelta, la costruzione, l'uso e le caratteristiche di ciascuna rappresentazione grafica. A seconda dei processi di insegnamento-apprendimento posti in essere nella classe e delle abilità cognitive degli studenti, si possono effettuare modellizzazioni ed approfondimenti formali differenti.

Indicazioni metodologiche

L'attività può essere svolta assegnando l'analisi di ciascuna delle situazioni problematiche ai piccoli gruppi in cui è suddivisa la classe. Ciascun gruppo dovrà argomentare attraverso una sintesi scritta i passi attraverso i quali è giunto alla soluzione. Seguirà una discussione e un confronto collettivo per arrivare ad una formalizzazione, da parte dell'insegnante, dei concetti emersi dall'attività.

Spunti per un approfondimento disciplinare

Prima situazione - I maggiori fiumi della terra

L'insegnante presenta come esercizio di approfondimento la tabella seguente che rappresenta la portata d'acqua in m^3 al secondo dei maggiori fiumi della terra.

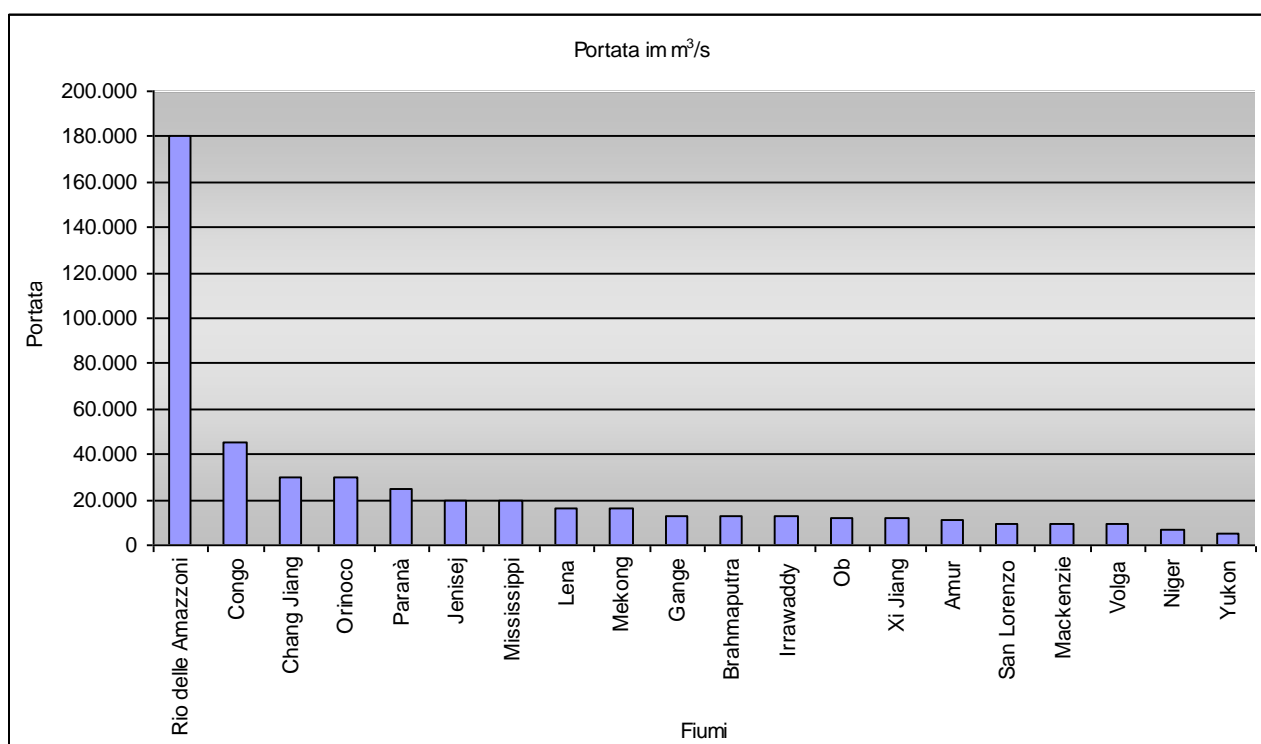
Fiume	Portata in m^3/s
Rio delle Amazzoni	180.000
Congo	45.000
Chang Jiang	30.000
Orinoco	30.000
Paranà	25.000
Jenisej	20.000
Mississippi	20.000
Lena	16.000
Mekong	16.000
Gange	13.000
Brahmaputra	13.000
Irrawaddy	13.000
Ob	12.000
Xi Jiang	12.000
Amur	11.000
San Lorenzo	9.500
Mackenzie	9.500
Volga	9.500
Niger	7.000
Yukon	5.000

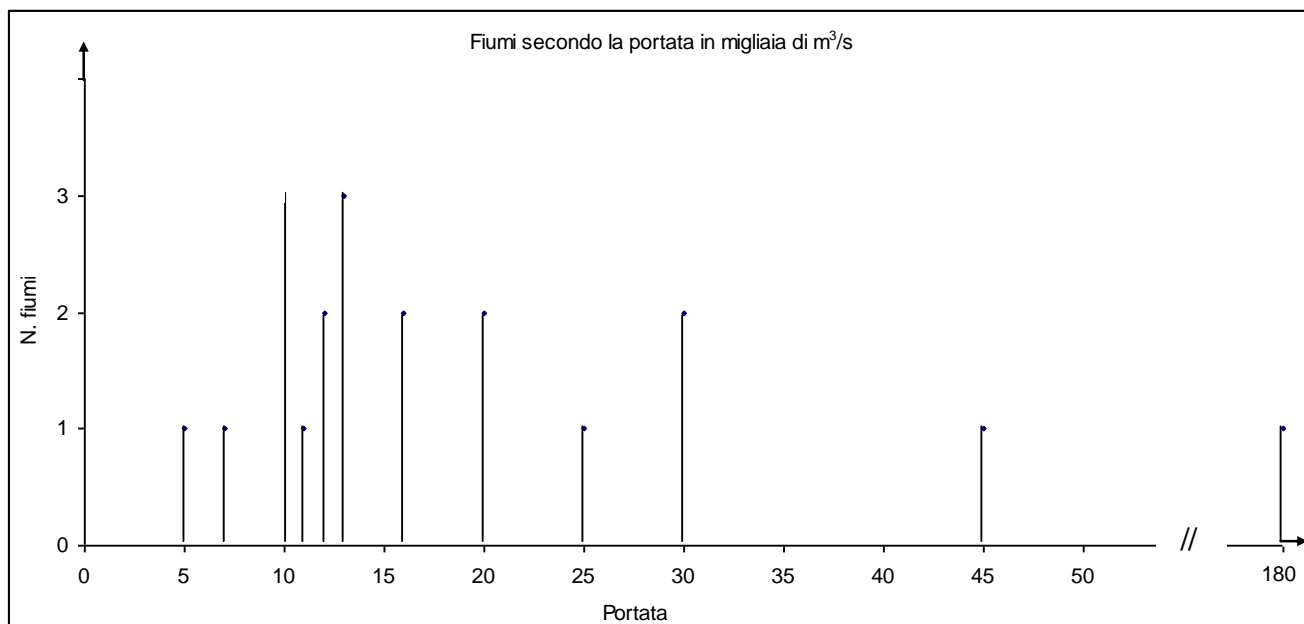
L'insegnante chiede agli studenti di costruire e rappresentare la distribuzione dei venti fiumi rispetto alla loro portata d'acqua. Questa attività comporta la costruzione di una distribuzione di frequenza e successivamente la scelta del grafico più adatto a rappresentare la distribuzione. L'insegnante aiuta gli studenti a comprendere che ciascun fiume è una unità statistica di cui si conosce un carattere quantitativo: la portata d'acqua espressa in m^3/sec . Ciò consente di contare quanti sono i fiumi per ciascuna portata.

Distribuzione dei 20 maggiori fiumi del mondo secondo la portata

Portata in m ³ /s	Numero di fiumi
5.000	1
7.000	1
9.500	3
11.000	1
12.000	2
13.000	3
16.000	2
20.000	2
25.000	1
30.000	2
45.000	1
180.000	1
Totale	20

L'insegnante invita gli alunni a confrontare le due tabelle, ad evidenziare quali informazioni si perdono nella seconda e a quali scopi possono servire i dati classificati in questo modo. Chiede inoltre agli alunni di scegliere, tra le due seguenti rappresentazioni grafiche, quella più adatta a rappresentare la portata d'acqua in m³/sec





Dalla discussione deve emergere che il secondo grafico, quello ad aste, pur perdendo l'informazione sui nomi dei fiumi, riassume in un numero minore di valori l'informazione sulla portata. Mostra, ad esempio, quanti fiumi hanno ugual portata ed evidenzia come un fiume si differenzia nettamente rispetto agli altri. L'insegnante chiede agli studenti qual è questo fiume.

Dalla seconda tabella e dal relativo grafico è possibile proporre un indice di sintesi della porta dei fiumi. Quale?

Se dalla discussione dovesse emergere che tale indice di sintesi è la media aritmetica, l'insegnante farà notare la distorsione nell'indice di sintesi provocata dalla portata del "Rio delle Amazzoni". Quale valor medio potrebbe ovviare all'inconveniente?

Nota per l'insegnante: l'ultima domanda offre all'insegnante l'occasione per introdurre il concetto di mediana o per consolidarlo nel caso fosse già stato affrontato ed anche di affiancare ad un valore medio di sintesi una indicazione di come e quanto il fenomeno varia.

Seconda situazione - I matrimoni del 2003

L'insegnante presenta agli alunni la tabella dei matrimoni celebrati nel 2003 per mese di celebrazione:

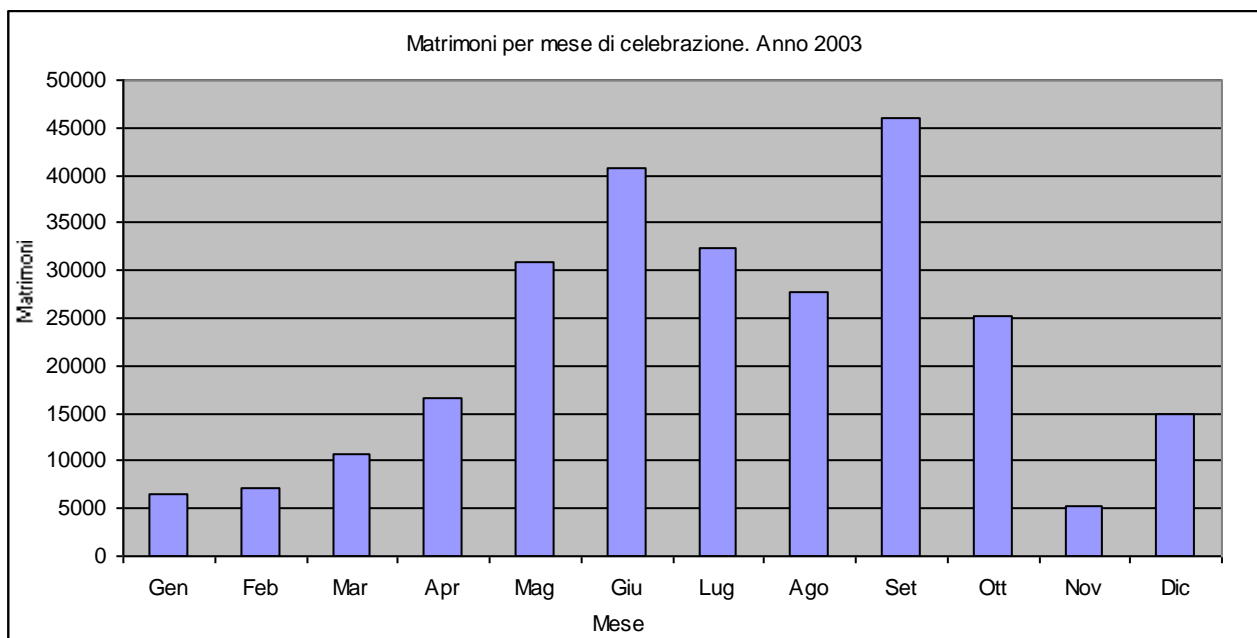
Matrimoni per mese di celebrazione - Anno 2003

Mese	Matrimoni
Gennaio	6544
Febbraio	7198
Marzo	10683
Aprile	16554
Maggio	30903
Giugno	40727
Luglio	32432

Agosto	27639
Settembre	45979
Ottobre	25127
Novembre	5345
Dicembre	14966

Fonte: ISTAT, Matrimoni, separazioni e divorzi. Anno 2003

Successivamente, mostra agli studenti il seguente grafico e chiede loro se questa rappresentazione grafica riguarda effettivamente i dati in tabella, se è adatta a rappresentare la distribuzione data, se contiene tutte le informazioni necessarie alla sua lettura e se consente di individuare la variazione del fenomeno osservato da un mese all'altro.

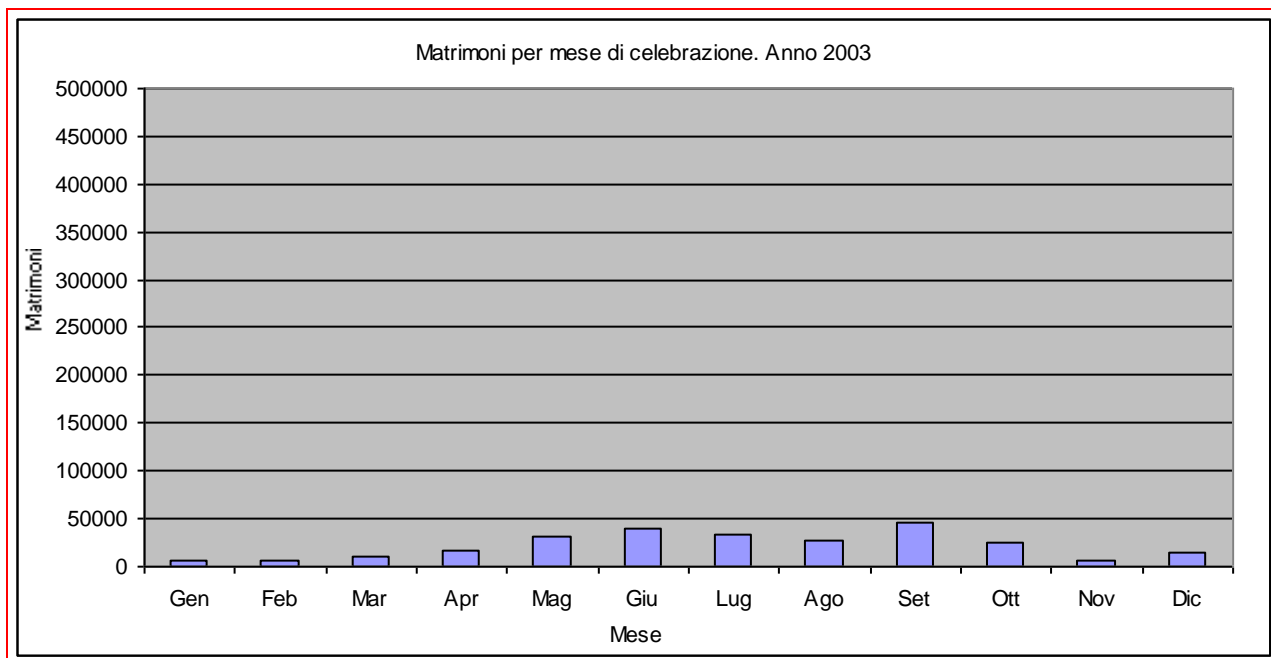


Dalla discussione in classe dovrebbe emergere che il grafico è chiaro, rappresenta i dati della tabella e mostra quello che accade mese per mese e, quindi, nell'arco dell'anno. Chiunque lo legga è in grado di comprendere l'andamento dei matrimoni per mese di celebrazione nell'anno 2003 e di individuare le variazioni tra i diversi mesi.

L'insegnante fa anche notare quanto siano importanti ai fini della lettura del grafico il titolo e le etichette sui due assi ed evidenzia inoltre che, nel grafico, l'asse delle ordinate è volutamente tracciato partendo da zero.

A questo punto, l'insegnante chiede: "In quale mese vengono celebrati il maggior numero di matrimoni? Quale indice di sintesi è tale mese? In quale mese vengono celebrati il minor numero di matrimoni? A quanto ammonta la differenza tra il massimo e il minimo numero di matrimoni celebrati nei mesi dell'anno?".

E se il grafico presentato fosse stato il seguente?

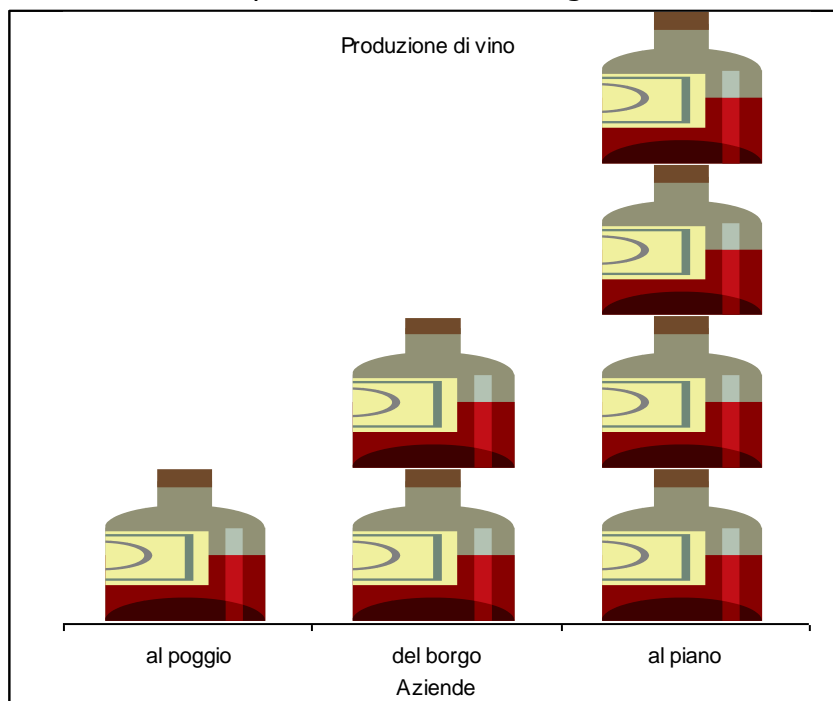


Quale impressione avrebbe offerto al lettore? La lettura di tale grafico permette di ricavare con facilità il mese con il maggior numero di matrimoni e quello con il minor numero? È facile calcolare la differenza tra il massimo e il minimo numero di matrimoni?

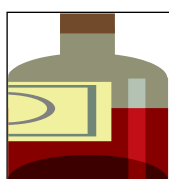
L'insegnante discute con la classe di come un grafico "falsato" possa creare difficoltà di lettura o dare adito ad interpretazioni diverse dalla realtà. In questo caso, le difficoltà sono dovute alla scelta inopportuna della scala di misura verticale.

Terza situazione - Ideogrammi

L'insegnante presenta alla classe il seguente grafico che si riferisce alla produzione di vino di un'annata relativa a tre piccole aziende enologiche del territorio:



legenda:



= 100 ettolitri

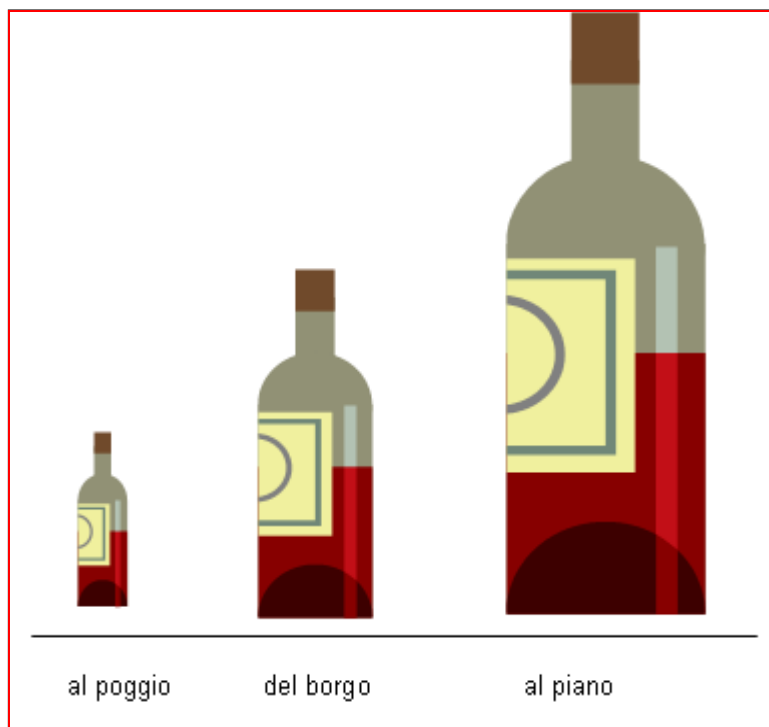
Il grafico presentato risulta corretto e chiaro e dovrebbe indurre alla riflessione che la produzione dell'azienda "del borgo" è doppia di quella "al poggio" ed è la metà di quella "al piano".

L'insegnante ricorda che questa rappresentazione si chiama Ideogramma, che è una rappresentazione grafica in cui i dati sono rappresentati per mezzo di immagini simboliche della caratteristica osservata e che è utile quando si vuole dare un'idea immediata dell'argomento trattato. Ha il vantaggio di essere facilmente comprensibile, perché basta un'occhiata per capire di cosa si sta parlando ed è per questo motivo che è molto utilizzato sui giornali. Ha lo svantaggio che i dati rappresentati non sono molto precisi.

A questo punto l'insegnante potrebbe essere soddisfatto se il suo scopo fosse unicamente quello di comunicare l'informazione. Ma la sua intenzione potrebbe essere anche quella di lavorare sui possibili errori indotti da grafici sbagliati.

A tal fine pone la domanda: "È possibile descrivere la stessa situazione utilizzando una sola bottiglia come indicatore della produzione di ciascuna azienda?".

Dopo una discussione fra gli studenti, in base ai grafici prodotti da loro o secondo una propria proposta, l'insegnante presenta il seguente grafico:



Il disegno mostra una bottiglia di altezza x per la prima azienda, una bottiglia di altezza $2x$ per la seconda e una bottiglia di altezza $4x$ per la terza. L'insegnante chiede alla classe se il suddetto grafico sia rispettoso della proporzione fra le produzioni di vino.

Gli studenti riconosceranno che il grafico "ha barato" poiché l'azienda "al piano" sembra produrre molto più vino delle altre due.

Questo disegno dà un'informazione distorta, perché in ogni bottiglia variano contemporaneamente le due dimensioni: altezza e base e, quindi, le aree non sono proporzionali alla produzione di vino delle aziende.

L'insegnante guida la classe a riflettere sulla "vera proporzione" esistente tra i nuovi disegni delle bottiglie.

Le "basi" non sono le stesse: quella della bottiglia più grande è il doppio di quella della bottiglia intermedia che è a sua volta il doppio di quella della bottiglia più piccola. Risultato: se la prima occupa una superficie di area xy , la seconda occupa $4xy$ e la terza $16xy$ cioè il rapporto rappresentato in questo modo per la coppia (al poggio – del borgo) non è di 1 a 2, ma di 1 a 4 e per la coppia (al poggio – al piano) non è di 1 a 4, ma di 1 a 16!

Elementi per prove di verifica

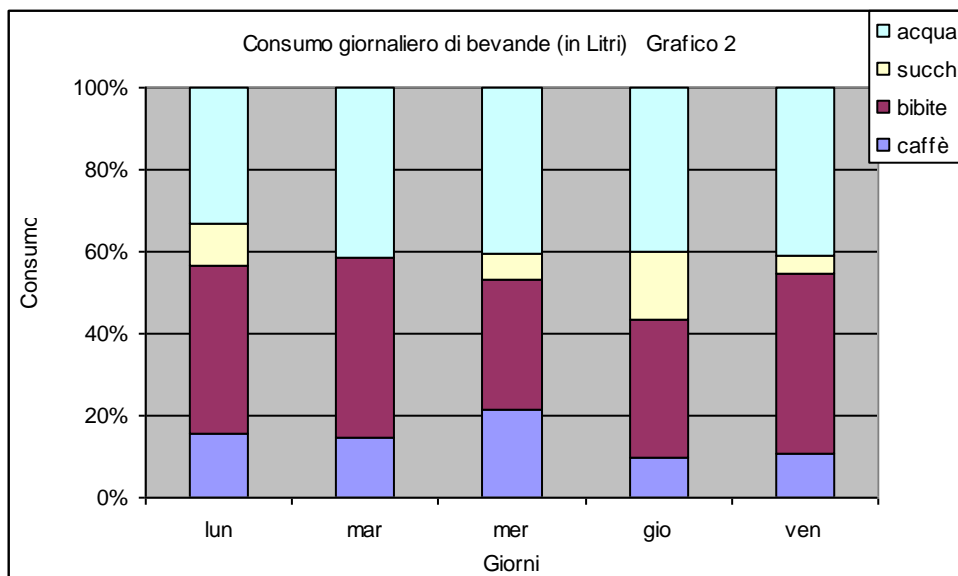
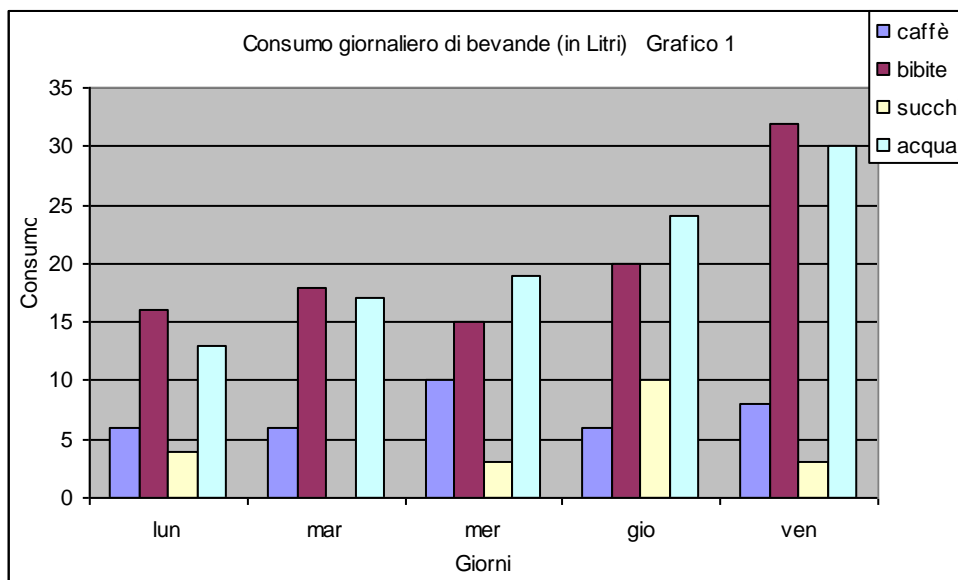
1) Fai un'indagine tra i compagni della classe, raccogli le informazioni relative al giorno di nascita di tutti gli alunni della tua classe e costruisci il grafico ramo-foglia relativo.

2) Dopo aver esaminato la seguente tabella:

Consumo giornaliero di bevande per tipologia, nel bar di una scuola (in litri)

	lun	mar	mer	gio	ven
caffè	6	6	10	6	8
bibite	16	18	15	20	32
succhi	4	0	3	10	3
acqua	13	17	19	24	30
totale giornaliero	39	41	47	60	73

Commenta i grafici che la rappresentano, proponi eventuali alternative ritenute più adatte e argomenta le tue scelte.



3) Dopo aver osservato il seguente grafico pubblicato dall'Istat in "L'Italia in cifre 2004":

RISULTATI DEGLI ESAMI DI LICENZA NELLE SCUOLE MEDIE STATALI

Anno scolastico 2003/2004, composizioni percentuali



Rispondi alle seguenti domande:

- Chi ha svolto l'indagine?
- A quale anno si riferisce?
- Qual è il collettivo statistico esaminato?
- Qual è il carattere indagato?
- Con quale modalità è espresso?
- È lecito il confronto tra gli esiti delle due istituzioni scolastiche?
- Ricostruisci, per ciascuna delle due situazioni, le distribuzioni delle frequenze percentuali corrispondenti.

4) Dopo aver osservato la seguente tabella pubblicata dall'Istat in "L'Italia in cifre 2004":

Spesa media mensile effettiva sostenuta dalle famiglie: servizi per l'istruzione
Anno 2003, Euro

	Nord	Centro	Mezzogiorno	Italia
Tasse scolastiche	326	281	260	297
Rette e simili	235	234	245	237
Lezioni private	118	173	136	135
Trasporto scolastico	70	60	37	55

Individua quali grafici si possono usare per rappresentare correttamente i dati della tabella relativamente a ciascuna tipologia di spesa rispetto a ciascuna zona geografica.

5) Dopo aver osservato la seguente tabella:

Famiglie per numero di componenti
Censimenti 1961-2001, composizioni percentuali

Numero di componenti	1961	1971	1981	1991	2001
1	10,6	12,9	17,9	20,6	24,9
2	19,6	22,0	23,6	24,7	27,1
3	22,4	22,4	22,1	22,2	21,6
4	20,4	21,2	21,5	21,2	19,0
5	12,6	11,8	9,5	7,9	5,8
6 e più	14,4	9,7	5,4	3,4	1,7
Totale (migliaia)	13.747	15.981	18.632	19.909	21.811
Numero medio di componenti	3,6	3,3	3,0	2,8	2,6

Fonte: ISTAT. 14° Censimento generale della popolazione e delle abitazioni

- Usando le rappresentazioni grafiche, evidenzia come si sono modificate le composizioni delle famiglie italiane dal 1961 al 2001.
- Calcola il numero di famiglie (in migliaia) con tre componenti nei diversi anni.
- Interpreta i dati dell'ultima riga della tabella.
- Come è possibile che il numero medio dei componenti sia diminuito, mentre il numero totale delle famiglie è aumentato?

Risposte

Esercitazione 1

Il giorno di nascita è un numero che può essere compreso fra 1 e 31, pertanto si possono evidenziare 4 rami: il primo con etichetta 0 individua la classe 1-9 estremi inclusi e può contenere i valori da 1 a 9, il secondo, con etichetta 1 può contenere valori da 10 a 19 (le foglie possono essere uno dei valori compresi tra 0 e 9)...l'ultimo, con etichetta 3, potrà contenere solo i valori 30 e 31.

Esercitazione 2

Il grafico 1 dà informazioni sulla suddivisione del consumo in litri per tipologia di bevande. Osservando le barre corrispondenti ad un tipo di bevanda si possono dedurre informazioni sul loro consumo nei giorni della settimana.

Il grafico 2 mostra, per ogni giornata, la suddivisione del consumo totale (barra) delle bevande (in litri) suddiviso in modo proporzionale rispetto al tipo di bevanda. Si può osservare ad es. che si perde l'informazione che il consumo totale di bevande in litri cresce passando da 39 litri il lunedì a 73 litri il venerdì, mentre si evidenzia la variazione percentuale del consumo di ciascuna bevanda.

Esercitazione 3

- ISTAT
- 2004 (o A.s.2003/2004)
- Studenti dei corsi finali dell'istruzione secondaria di 1° e 2° grado
- Esito dell'esame
- Qualitativa ordinata nel 1° grado e quantitativa nel 2°
- NO vista la diversità delle modalità con cui il carattere si manifesta.
- È sufficiente riportare in una tabella modalità e percentuali corrispondenti per ognuna delle istituzioni, deducibili dalla rappresentazione grafica, per ottenere la distribuzione delle frequenze percentuali cercate.

Esercitazione 4

Grafici a colonne accostate (4 colonne per zona geografica); una colonna per ogni zona e per tipo di spesa.

Esercitazione 5

- a) Costruire un grafico ad aste per ogni anno e confrontare gli andamenti nel tempo. Fare un grafico del numero medio di componenti per anno e valutare i cambiamenti. Fare un grafico per le famiglie con 1 componente per anno e per le famiglie con 2 componenti per anno e valutare i cambiamenti.
- b) Moltiplicare la percentuale delle famiglie con 3 componenti per il numero totale di famiglie in migliaia e dividere per 100 ad esempio per il 1961 ($22,4 \cdot 13747 / 100$).
- c) Dal 1961 al 1991 il numero medio di componenti è diminuito, la causa potrebbe essere attribuita ad una diminuzione delle nascite nel periodo, od anche ad un aumento del numero delle famiglie (in particolare di quelle con 1 o 2 componenti).
- d) Controllando i dati della tabella, si nota che aumentano le famiglie con uno o due componenti a discapito delle altre.

Bibliografia

- AAVV, *Matematica 2001*. Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola primaria e scuola secondaria di primo grado).
- AAVV, *Matematica 2003. Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (ciclo secondario)*.
- L. Brunelli e altri, Un'indagine in classe per apprendere la statistica, *Induzioni*, 21, 2000, pp.3-110.
- E. Lombardo, C. Rossi, Dati statistici in diversi contesti, *Induzioni*, 26, 2003, pp. 73-90.
- L. Pereira Mendoza, A. Dunkels, Diagrammi ramo foglia nella scuola elementare, ristampato in *Induzioni*, 36, 2008
- M. G. Ottaviani, Strumenti per l'analisi dei dati, *Induzioni*, 23, 2001, pp. 33-81.
- OECD, 2004, *Pisa 2003 -Valutazione dei quindicenni*, Armando Editore, Roma
https://www.invalsi.it/download/pdf/pisa_2003_framework.pdf

Sitografia

<https://www.invalsi.it/invalsi/ric.php?page=ocsepisa06>

<https://umi.dm.unibo.it/>

<https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>

<https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/>

<http://www.stat.unipg.it/CIRDIS/>

<http://www.sis-statistica.it/>

Proposta di attività per il corsista

(da condividere e discutere in rete)

Leggere l'attività, le indicazioni metodologiche e gli approfondimenti:

individuare i principali nodi didattici cui la situazione fa riferimento; esporli sinteticamente per scritto.

Aggiungere qualche problema in altri contesti, relativo alle stesse abilità e conoscenze.

Sperimentare l'unità proposta:

- fare una ricognizione del contesto scolastico specifico in cui si svolgerà l'attività;
- esplicitare gli adattamenti necessari;
- formulare il progetto didattico relativo;
- preparare una prova di verifica adatta a valutare le conoscenze e abilità relative alla situazione didattica posta (anche con riferimento alle prove OCSE-PISA e INVALSI).

Scrivere un diario di bordo (narrazione e documentazione del processo di sperimentazione vissuta in classe: l'insegnante dovrà elaborare un diario con l'esposizione dell'esperimento svolto, di come gli studenti hanno reagito alla proposta didattica, delle difficoltà incontrate in particolare nel processo di costruzione di significato e di procedura di soluzione e di come sono state superate le difficoltà.

Esplicitare i compiti dati agli studenti e le modalità con cui gli studenti stessi sono stati responsabilizzati all'apprendimento.